

- François Nicolas -

Problématique

La question posée relève de la physique. Or je ne suis pas physicien et mes connaissances en physique contemporaine sont tout à fait ordinaires.

On m'a cependant demandé de contribuer à cette réflexion collective en musicien.

Je vais essayer de m'acquitter de cette tâche dans un esprit *mamuphi*¹.

Je vais donc tenter d'éclairer votre question physicienne par la musique, par la mathématique et par la philosophie – mieux : par leurs triples raisons.

Je vais, pour cela, procéder par analogie : faire l'hypothèse d'une analogie possible entre la catégorie physique d'observation et quelque catégorie musicale, mathématique et philosophique.

Je vais à partir de là procéder en 4 temps :

- 1) transposer votre question physicienne en question musicienne, mathématicienne et philosophique ;
- 2) explorer les différentes réponses (musicale, mathématique et philosophique) à ces questions ;
- 3) examiner les raisons mamuphiques entre ces trois explorations ;
- 4) suggérer, pour conclure, quelle éventuelle raison en retour vers votre question physique.

Ce faisant, je vais confier mon propos au « démon de l'analogie » en espérant que ce « délire » pourra malgré tout avoir pour vous quelque vertu d'ombre et de lumière.

Plus rationnellement, on peut nommer « fiction » ce type de discours, s'il est vrai qu'il consiste à poser : « faisons *comme si* la catégorie d'observable en physique équivalait à telle ou telle notion musicale, mathématique ou philosophique et examinons les conséquences d'une telle hypothèse. » Et, comme l'on sait, la fiction relève d'un exercice somme toute ordinaire de la raison.

Cet exposé va donc se déployer sous le signe d'une raison fictionnelle. Son intérêt éventuel se jugera, in fine, à sa productivité.

Logique générale

Donnons tout de suite le chiffre de ma triple analogie : je vais poser qu'*observation* en physique équivaut à *perception* en musique, à *résolution* en mathématiques et à *construction* (langagière) en philosophie. Instruit de raisons établies (voir séminaire mamuphi) entre perception musicale, résolution algébrique et construction positiviste, je vais tenter d'argumenter une triple thèse :

- 1) Pour comprendre ce qu'est l'observable, il faut comprendre ce qu'observer veut dire et, pour cela, comprendre ce qu'est l'inobservable qui fixe le point de réel de l'opération d'observation.

Transposition immédiate : pour comprendre ce que sont le perceptible, le résoluble et le constructible, il faut comprendre ce que percevoir, résoudre et construire veulent dire et, pour cela, comprendre ce que sont l'imperceptible, l'irrésoluble et l'inconstructible qui fixent les différents points de réel des opérations de perception, de résolution et de construction (langagière).

- 2) La conception moderne de l'inobservable, de l'imperceptible, de l'irrésoluble et de l'inconstructible renverse la conception classique qui n'y voit que des points de butée, des impasses, des négativités pour dégager les structures affirmatives jusque-là secrètes et avouées par ces négativités phénoménales. La conception moderne traite ainsi les négativités classiques en symptômes d'affirmations neuves, tout comme la conception par Dedekind de l'infini affirme la capacité spécifique de l'infini à faire équivaloir tout et partie stricte.

Ainsi, la catégorie négative d'imperceptible va indexer la possibilité neuve de l'écoute musicale, la catégorie négative d'irréductible va indexer la possibilité neuve de la symétrie algébrique, la catégorie négative d'inconstructible va indexer la possibilité neuve du générique.

- 3) Cette conception moderne, dégageant les nouvelles affirmations précédemment dissimulées par les catégories négatives (inobservable, imperceptible, irrésoluble et inconstructible), met au jour un nouvel espace de pensée considérablement étendu par rapport à l'espace classique (pour filer l'exemple de Dedekind, Cantor va démontrer que les « nombres » infinis sont beaucoup plus diversifiés que ne le sont les nombres finis). Le retournement va être majeur : la pensée moderne va apprendre à s'établir

¹ www.entretemps.asso.fr/math

dans la diversité extrême de ce qui, pour la pensée classique, n'était qu'un point de butée massif, opaque et infranchissable – pensons tout simplement à l'extension sans mesure de la pensée quand elle bascule de la psychologie classique de la conscience à la psychanalyse moderne de l'inconscient !

Pensons tout de même aux extensions sans mesure que génèrent les basculements modernes vers des théories de l'écoute musicale, des groupes algébriques et des vérités génériques.

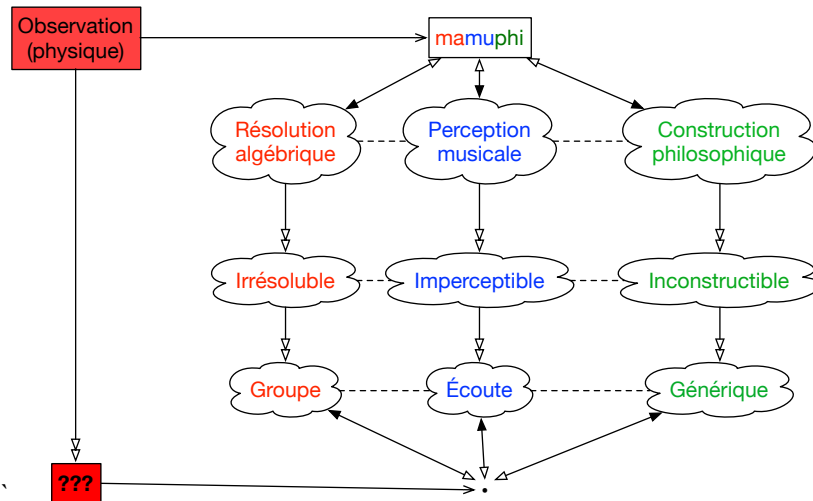
- 4) À la lumière de ces nouvelles affirmations et extensions, la conception moderne rééclaire les présupposés des anciennes affirmations classiques : celles qui restreignent la pensée aux observables, aux perceptibles, aux résolubles et aux constructibles. Ce faisant, les différentes pensées des observables, des perceptibles, des résolubles et des constructibles se trouvent plus strictement localisées et par là requalifiées.

Par exemple, en musique, la théorie de la perception se trouve resituée comme « infrastructure » psycho-acoustique, autorisant qu'émerge, au-dessus d'elle et de manière nullement transitive, une stratification hiérarchique ascendante d'activités (ouïr-auditionner-entendre...) débouchant sur l'enjeu véritable de la pensée musicale : l'écoute.

Importante précision

Je vous laisserai libre d'évaluer la pertinence physicienne de mes analogies.

Je vais en fait procéder ainsi, sans prendre position sur la case susceptible de faire « commuter » le diagramme. :



Mon plan va être très simple :

- musique
- mathématiques
- philosophie
- physique

Musique

Commençons notre parcours analogique en posant : *en musique, l'observation se nomme perception.*

Étymologie

Petit examen étymologique de cette hypothèse :

- *observare* ≡ ob-servare (*ob* = devant ; *servare* = garder²) ⇒ sur-veiller, se conformer à (une loi, une règle, un principe...)
- *percipere* ≡ per-capere (*per* = à travers ; *capere* : prendre, saisir) ⇒ prendre-saisir-attraper à travers (les sens) ; cf. comprendre, recueillir...

On voit le rapprochement mais aussi la différence : l'observation est plus une passivité face à un principe actif auquel s'égaliser ; la perception est plus une activité via la passivité des sens. L'observation serait un rapport passif à une activité – une passivité active - et la perception un rapport actif à une passivité – une activité passive.

² conserver, préserver, réserver...

On peut alors les faire équivaloir en disant qu'observer, c'est percevoir une loi, une règle, un principe, et que percevoir, c'est observer une chose.

Par exemple, on dira qu'en musique, on perçoit la tonalité d'un morceau (laquelle est moins une chose, comme l'est un accord ou un rythme) qu'une loi harmonique, ou qu'on observe un objet musical (une cellule thématique ou rythmique) pour en comprendre le principe compositionnel d'évolution.

Perception musicale ?

Qu'en est-il alors de la perception musicale ?

La perception *musicale* – qui ne se réduit nullement à la perception *psycho-acoustique* (celle dont les sourds sont dépourvus et qui autorise de dire : tiens, il y a du bruit, il y a des sons qui viennent de ma droite, etc.) mais constitue déjà une première *émergence* – est la capacité de reconnaître une chose musicale, de l'identifier et donc de la nommer : on perçoit moins un son ou un bruit que telle harmonie, telle mélodie, tel rythme, tel timbre et on est alors en état, si l'on possède le lexique approprié, de le désigner d'un terme adéquat.

Ce faisant, la perception musicale constitue une activité partageable et vérifiable. On peut ainsi confronter deux perceptions différentes de la même chose et vérifier les assertions qu'elles produisent : « s'agit-il d'une clarinette ou d'un saxophone soprano ? », « l'accord était-il de quatre ou cinq hauteurs ? », « l'appui du phrasé était-il sur le temps fort ou faible ? », « la mélodie était-elle bien rubato ? », etc.

Mozart

Prenons cet exemple archi-connu : le début de la 40^e symphonie de Mozart.

Tout le monde connaît l'entame de cette symphonie - la gaîté de son premier thème sert de sonnerie à bien des portables :



Ce thème, prolongé d'un second thème également enjoué, imprime une continuité sereine et tranquille à toute l'exposition.

On perçoit facilement les hauteurs (la seconde mineure), la tonalité mineure, les cordes puis le contrepoint des bois, etc.

On peut contrôler sa perception musicale en vérifiant son adéquation à la partition – voir le principe de la dictée musicale : pour les notes mais également pour l'orchestration.

Deux exécutions différentes mais toutes deux exactes (sans « fausses notes »...) ne doivent normalement pas ici différer : la partition est la même – j'ai proposé de dire qu'un morceau de musique est le faisceau des exécutions qu'autorise une partition donnée.

Bien sûr, la perception en tant que telle pourra s'étendre à la perception des nuances non écrites : nuances de phrasé, de tempo, d'agogique, de dynamiques, de rapports entre les timbres instrumentaux, etc.

Ici la perception comme telle portera sur les différences d'exécution plutôt que sur les choses mêmes : telle différence de nuance plutôt que sur la qualification perception de telles nuances.

On peut alors, sur cette base perceptive, édifier une audition intégrale, par « intégration ».

Voir « l'audition musicale » des classes de conservatoire où l'on évalue la qualité des exécutions instrumentales...

Le point est alors que toute cette pratique – perception, auditions... - laisse de côté ce qui fait le propre de l'aventure musicale : la capacité de l'art musical de ravir, d'arracher quelqu'un à l'ordinaire sonore et de le jeter dans des affects inconnus.

Appelons cela l'écoute musicale.

Moment-faveur

Posons que l'écoute musicale s'engage en un point inattendu de l'œuvre entendue, en un moment spécifique que j'appelle moment-faveur, un moment d'autant plus singulier qu'il avoue la singularité secrètement à l'œuvre, son intension (*instress*) ou fil rouge, ou fil conducteur (*Leitfaden*).

Dans la 40^e, ce moment-faveur intervient à l'ouverture du développement.

Quelle surprise attend donc l'auditeur au début du développement quand le sol harmonique se dérobe d'un coup sous les pas de ce premier thème pour l'entraîner dans une cascade de modulations qui ne retrouvera de solide socle tonal qu'au seuil de la réexposition !

G- → (G)/B- = IV de [F#-] ⇒ A=III → G#- = II → D#-7 = VI → C# = V

La grande glissade tonale, qui contraste si fort avec la stabilité harmonique de l'exposition, est amorcée (mes. 102) par un simple retrait de la fondamentale d'un accord de sol majeur, l'incertitude tonale qui en découle se trouvant immédiatement exploitée et amplifiée, comme si une infime déchirure du tissu harmonique suffisait à défaire toute la continuité antérieure. Ainsi le retrait minime d'une seule note (la fondamentale) [accompagné d'un demi-ton ascendant – transformation minimale - pour convertir le mineur en majeur] ouvre une brèche que tout le développement n'aura de cesse d'abord de contenir puis d'interrompre pour enfin entreprendre de remonter péniblement la pente harmonique ainsi dévalée à grande vitesse.

L'infime déchirure consiste à moduler de sol mineur (tonalité générale du mouvement) à fa # mineur soit de décrocher vers une tonalité faussement proche (un demi-ton plus bas) mais en vérité harmoniquement très éloignée. Qui plus est ce petit décrochage d'une seconde mineure descendante ne fait qu'amplifier, sur le plan des tonalités, l'intervalle mélodique qui se trouve au principe du premier thème (mi bémol – ré) ce qui lui confère ainsi une fonction proprement thématique.

Bref, cette petite faille apparaît de grande portée, tant parce qu'en transposant sur un plan harmonique un petit intervalle mélodique, elle creuse une large brèche tonale (les lois mélodiques et harmoniques divergent quant à la distinction du proche et du lointain), que parce que, ce faisant, elle révèle une portée jusque-là inaperçue de notre premier thème : les mêmes intervalles, qui soutiennent une mélodie sautillante et guillerette, suscitent de vastes déchirures entre tonalités.

Singularité

La figure de singularité (au sens d'Hironaka) de notre moment-faveur tient au fait que s'y affirme à la fois une stabilité thématique³ et une instabilité discursive (une mutation du climat général : d'un coup la sérénité antérieure se voile d'inquiétude et d'angoisse). Cette indécision, propre à toute singularité en son moment même d'apparition, s'atteste ici du fait suivant : on peut, il est vrai, jouer ces trois mesures aussi bien d'une manière enjouée (prolongeant le climat antérieur) que d'une manière plus angoissée, qui présage ainsi mieux des instabilités tonales à venir. Si la seconde orientation interprétative est à conseiller puisqu'elle seule rend musicalement raison de la singularité comme telle, la première cependant reste localement recevable.

Portée globale

Au total que révèle notre moment-faveur ? Il révèle somme toute ceci, bien connu de ceux qui pratiquent la musique de Mozart : par-delà le cliché sur « la grâce de Mozart », il y est surtout question de drame⁴, et le poids dramatique donné dans sa musique à la plus petite déchirure tonale qui soit⁵ résonne dans toutes les oreilles de musiciens. Ainsi notre moment-faveur met à l'ordre du jour de notre symphonie l'*intension* mozartienne par excellence : « *Ne vous fiez pas à l'apparence tranquille d'un cours assuré des jours ordinaires - le plus minime grain de sable suffit à dérégler cette sérénité de surface et à révéler sur quel abîme infondé ces continuités apparentes reposent – et adressez votre cri d'angoisse au dieu indéchiffrable !* ». D'où que la suite de la symphonie puisse – doive – désormais s'entendre en suivant un tout autre fil d'écoute

³ La modulation est thématique puisqu'elle transpose entre tonalités (et amplifie donc) un rapport (de seconde mineure descendante) mélodiquement exposé entre hauteurs.

⁴ Rappelons que pour Charles Rosen, « le style classique » – celui qui conjoint les musiques de Haydn, Mozart et Beethoven – est un style éminemment dramatique.

⁵ passage du majeur au mineur par simple glissement d'un mi à un mi bémol dans un accord de do majeur (soit la *blue note*...)

que précédemment : non plus la grâce entendue comme sentimentalité gracieuse mais la Grâce entendue, selon les mots de Kierkegaard et de Bernanos, comme ce qui frappe, et - qui plus est - frappe dans le dos !

Douze exemples de moment-faveur ⁶

Siècle	Compositeur	Œuvre	Localisation
XVII ^e	Monteverdi	<i>Hor ch'el Ciel e la Terra</i>	Tout début
XVIII ^e	Bach (1)	<i>Passion selon St Matthieu</i>	Plutôt tardive
	Bach (2)	Sonate flûte-continuo	Au cœur du discours
	Mozart	40 ^e symphonie (1 ^{er} mouvement)	Au début du développement
XIX ^e	Brahms (1)	2 ^e symphonie (2 ^e mouvement)	Vers la fin
	Brahms (2)	1 ^{er} concerto pour piano (1 ^{er} mouvement)	Au cœur du développement
	Wagner (1)	<i>Parsifal</i> (1 ^{er} acte)	Au cœur de l'acte
	Wagner (2)	<i>Parsifal</i> (2 ^e acte)	À la fin de l'acte
XX ^e	Schoenberg	<i>Farben</i> (op. 16 n°3)	À la fin du développement
	Sibelius	5 ^e symphonie (1 ^{er} mouvement)	En cours de développement
	Ravel	Concerto pour piano en sol (1 ^{er} mouvement)	Au cœur du développement
	Boulez	<i>Structures II</i>	Vers la fin
	Carter	<i>Night Fantasies</i>	Au début
	Ferneyhough	<i>La chute d'Icare</i>	À la fin

De l'imperceptible...

Le point crucial est que le moment-faveur, quoique moment objectif et objectivable (localisable, situable, analysable : je l'ai fait pour la 40^e), ne relève pas à proprement parler de l'activité perceptive. La perception bute sur l'enjeu singulier de ce moment sans égal, sur son enjeu proprement musical. La perception, au mieux, ne peut qu'éventuellement sentir qu'il se passe ici quelque chose mais ses catégories propres (d'analyse tonale, thématique, métrique et timbrale) ne suffiront nullement à discerner la singularité musicale en jeu car cette singularité, qui fait pourtant tout le sel de la musique et transforme une simple exécution en une véritable interprétation musicale de l'œuvre, est diagonale aux catégories de la perception : elle ne lui est pas étrangère mais elle est insaisissable par la perception comme telle.

En ce sens, le moment-faveur est imperceptible.

Il ne l'est pas comme le sont ce qu'on appelle les « nuances » musicales – par exemple les flexions de phrasé, les infimes rubato. Ici aussi la perception défaille ; elle peut énoncer : « il y a ici des nuances » mais elle est dans l'incapacité de discerner une nuance plus particulière (un peu comme il est impossible, dans un nuage de poussières, d'attraper une poussière et une seule ou comme il est très difficile à l'arithmétique d'exhiber un nombre transcendant lors même qu'on sait parfaitement qu'ils sont infiniment plus nombreux que les nombres algébriques : c'est justement leur abondance qui rend très difficile leur séparation individuelle).

Le moment-faveur pose à la perception un problème d'une tout autre nature : son individualité (mes. 102-104) est facile à établir de l'extérieur mais son enjeu interne, sa consistance propre de singularité relèvent de tout autres catégories.

En substance...

Revenons à notre problématique générale :

perceptible (classique) → percevoir-perception → imperceptible → écoute → perceptible (moderne)

Vous noterez que j'évite la question de l'observateur/percepteur. Je le présuppose en effet réglée par l'axiome : c'est la perception qui fait le percepteur, tout de même que c'est la musique qui fait le musicien et l'art qui fait l'artiste, nullement les inverses !

Elle circule d'une première conception du perceptible (celle qu'on dira classique) à une seconde conception (qu'on dira moderne) :

⁶ Voir *Le Monde-Musique* (tome I)

- 1) La conception classique tient le perceptible pour la base du travail musical : celui qui a pour fondement les disciplines d'écriture (contrepoint, harmonie, fugue, orchestration). Elle correspond d'ailleurs à l'idée d'une équivalence entre écriture et perception dont le nom musicien est « dictée musicale ».
- 2) La conception moderne tient l'imperceptible pour la nouvelle base du travail musical : celui qui a l'écoute pour facteur dirigeant. Elle correspond à l'idée d'un discord essentiel entre écriture et perception musicale, ou entre partition et écoute musicales : le rapport de l'une à l'autre n'est plus un rapport de correspondance terme à terme, d'homologie mais un rapport de torsion entre deux excès : un excès de l'écriture ou de la partition sur la perception ou l'écoute musicales (qui, plus généralement, correspond à un excès du calcul sur la raison) et un excès de la perception ou de l'écoute musicales sur l'écriture ou la partition (qui, plus généralement, correspond à un excès de la raison sur le calcul).

Rappelons que la théorie logico-mathématique des modèles formalise et démontre ce double excès : excès du calcul dont la théorie est capable (théorème de Henkin : toute théorie cohérente admet un modèle) et excès de la raison dont le modèle est porteur (théorème de Lowenheim-Skolem : toute théorie admet un modèle pathologique car la théorie ne peut capter qu'une partie finie de la rationalité du modèle canonique).

- 3) Conséquence : la conception moderne du perceptible la cantonne en un registre de base psycho-auditive pour l'activité musicale. L'existence d'une telle base, avec ses propres lois, est indispensable pour qu'existe l'écoute musicale (grossièrement dit, pas d'écoute musicale pour un sourd mais ne pas être sourd ne suffit nullement pour accéder à l'écoute musicale) mais l'enjeu de la musique émerge au-dessus de cette base, sans y être transitif.

Osons ici une comparaison : la biologie moléculaire a cru pouvoir déduire les lois proprement biologiques (disons celles des cellules) des lois chimiques régissant leur matérialité moléculaire. Il semble que cette orientation réductiviste soit dans une impasse radicale et que le biologique apparaisse comme tel – émerge - au niveau cellulaire sans qu'il soit possible de le déduire transitivement du niveau chimique inférieur.

Le perceptible est désormais conçu comme un simple constituant matériel du travail musical, un peu comme l'est par exemple le bois dont les pianos et les violons sont faits, constituant bien incapable par lui-même de rendre compte des structures proprement musicales. Tout au plus peut-il en prescrire certaines limites matérielles : par exemple le musicien apprendra-t-il ainsi les limites du spectre audible tout comme il apprendra les limites de registre pour tel ou tel instrument. Ce savoir nécessaire ne délivrera par lui-même aucune logique de ce que faire de la musique veut réellement dire.

Comprenons donc : le perceptible est devenu un champ d'expérience et de travail étroitement circonscrit. Sa réalité n'est pas bafouée, ou déniée mais précisément cantonnée à certaines nécessités spécifiques.

Voyons, plus rapidement, comment ce même parcours du classique vers le moderne peut être décelé en mathématiques et en philosophie.

Mathématiques

Les mathématiques modernes naissent autour de 1830 avec la modernité algébrique de Galois.

On peut décrire cette modernité algébrique selon l'évolution suivante :

résolubilité (classique) → résoudre-résolution → irrésolubilité → groupes de symétrie → résolubilité (moderne)

Galois part de la démonstration par Abel du fait que les équations algébriques de degré supérieur ou égal à 5 peuvent être irrésolubles.

Algèbre classique

Il faut prendre mesure de la gravité de la situation dans laquelle ce résultat laisse l'algèbre : celle-ci est née, exactement 1000 ans plus tôt à Bagdad (Al-Khawârizmî), en inventant une équation d'un type nouveau (avec inconnue) c'est-à-dire en formalisant les relations connues qu'une quantité inconnue peut établir avec elle-même ou avec des quantités connues. Le bond pour la pensée était considérable : la mathématique se déclarait ainsi capable de progresser non plus seulement du connu vers l'inconnu (comme dans l'arithmétique) mais de l'inconnu vers le connu, l'équation algébrique ayant pour objectif naturel sa résolution (c'est-à-dire une équation ultime de la forme *quantité inconnue* x = *une quantité connue*).

On comprend que la découverte (très progressive) du fait que la plupart des équations algébriques ne pouvaient être résolubles venait frapper d'inanité la conception classique de l'algèbre : à quoi bon formaliser

l'équation algébrique définissant une quantité inconnue x si cette équation ne peut, au bout du compte, déterminer la quantité inconnue en question ?

Écoutons le désabusement auquel cette situation a conduit les plus grands mathématiciens de l'époque, au moment pourtant où Abel n'avait pas encore produit sa démonstration !

Lagrange

Lettre à d'Alembert du 21 septembre 1781 :

« Je commence à sentir que ma force d'inertie augmente peu à peu, et je ne répons pas que je fasse encore de la Géométrie dans dix ans d'ici. Il me semble aussi que la mine est presque déjà trop profonde, et qu'à moins qu'on ne découvre de nouveaux filons, il faudra tôt ou tard l'abandonner. La physique et la chimie offrent maintenant des richesses plus brillantes et d'une exploitation plus facile ; aussi le goût du siècle paraît-il entièrement tourné de ce côté-là, et il n'est pas impossible que les places de la Géométrie dans les Académies ne deviennent un jour ce que sont actuellement les chaires d'arabe dans les Universités. »

Cauchy

Discours *Sur les limites des connaissances humaines* le 14 novembre 1811 à Cherbourg :

« On est tenté de croire que les connaissances de l'homme peuvent croître et se multiplier à l'infini. »

« Cependant si l'on observe que toute notre intelligence et nos moyens sont renfermés entre des limites qu'ils ne peuvent jamais franchir, on se persuadera sans peine que nos connaissances sont bornées comme nos facultés. »

« Que dirais-je des sciences exactes : la plupart paraissent parvenues à leur plus haute période. L'arithmétique, la géométrie, l'algèbre, les mathématiques transcendantes sont des sciences que l'on peut regarder comme terminées, et dont il ne reste plus à faire que d'utiles applications. »

Algèbre moderne

Pour majorer le contraste avec la conception moderne de l'algèbre que Galois va dégager, écoutons comment un mathématicien contemporain parle désormais de tout cela.

Olivier Debarre

« Les mathématiciens du temps de Galois ont considéré que ces critères de résolubilité des équations de degré premier ne donnaient pas une réponse qu'ils estimaient satisfaisante à la question car ces critères nécessitaient de connaître des informations a priori sur les racines. En fait, ils attendaient plutôt un critère général ne faisant intervenir que les coefficients de l'équation et permettant de savoir, par simple inspection de ce coefficient, si l'équation était ou non résoluble par radicaux.

La théorie de Galois, très en avance sur son temps, et montrant que le problème était bien plus subtil, ne correspondait pas à ces attentes. Et ce n'est que beaucoup plus tard que le monde mathématique a commencé à réaliser que la théorie de Galois allait bien au-delà du problème, somme toute très artificiel, de la résolution par radicaux des équations algébriques. Galois avait en fait propulsé tout le domaine de l'algèbre dans un nouveau monde : celui des groupes, des extensions de corps, et de bien d'autres concepts fondamentaux des mathématiques d'aujourd'hui.

En particulier, de nos jours on s'est rendu compte qu'il est bien plus important de savoir calculer le groupe de Galois d'un polynôme, plutôt que de savoir s'il est résoluble par radicaux. »⁷

Je ne vais pas m'étendre sur le détail de l'algèbre galoisienne, je l'imagine bien connue de la plupart de mes auditeurs.

L'analogie entre nos deux parcours me semble évidente :

perceptible (classique) → percevoir-perception → imperceptible → écoute → perceptible (moderne)
résoluble (classique) → résoudre-résolution → irrésoluble → groupes → résoluble (moderne)

Notons en particulier le même pivotement de la pensée autour de la catégorie classiquement négative (irrésolubilité/imperceptibilité) qui devient affirmative dans la modernité selon la même logique de pensée : le point de butée, nommé négativement (irrésolubilité), est saisi comme symptôme (négatif) manifeste et immédiat d'une propriété (positive) inapparente et médiante qu'il s'agit de mettre au jour. Autrement dit, l'index négatif est saisi comme l'aveu d'un secret, d'un secret bien compris c'est-à-dire qui ne tient pas à une

⁷ <https://www.coursera.org/learn/theorie-de-galois/lecture/efOvs/video-3-le-cas-des-equations-de-degre-premier>

dissimulation volontaire mais à l'effet d'une structure plus profonde et non directement apparente, soit ce type véritable (et non circonstanciel) de secret dont Lacan pouvait dire : « un secret avoué reste un secret ».

La théorie par Hironaka de l'éclatement des singularités algébriques opère le même type de pivotement puisque le lieu singulier, initialement appréhendé de manière négative (comme irrégularité, ou absence de plans tangents), devient compris comme révélation locale d'une contradiction globale, comme confusion locale de tendances globalement orthogonales...

Comme l'on sait, la propriété affirmative des équations irrésolubles tient à l'existence d'un groupe de symétries entre ses racines. Ce bond dans la pensée inaugure un nouveau champ algébrique, de portée beaucoup plus vaste que celui, classique, de la résolution par radicaux des équations algébriques : l'étude des groupes.

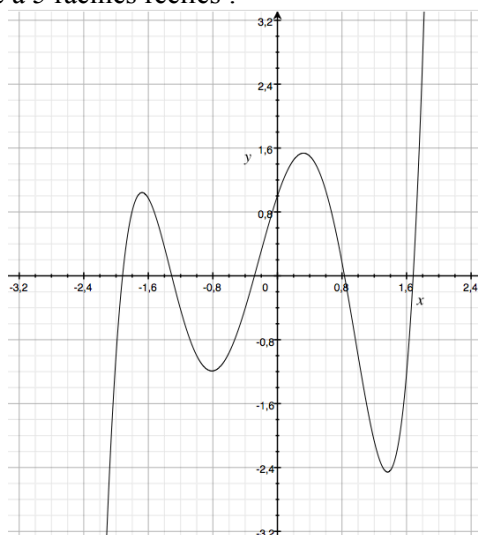
Et l'on sait que l'existence de tels groupes algébriques va bien vite être décelée dans de tout autres domaines, à commencer par celui des équations différentielle...

Qu'est-ce qu'un groupe de Galois ? C'est finalement la détermination précise d'un collectif de racines par ses lois internes de composition, sans qu'il soit pour cela nécessaire de déterminer préalablement l'identité individuelle de chaque membre du collectif.

Exemple d'équation et de groupe

$$x^5 + x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

Son graphe nous indique qu'elle a 5 racines réelles :



Nommons-les par valeurs croissantes : A, B, C, D, et E :

$$A \approx -1,918986... ; B \approx -1,309721... ; C \approx -0,28463... ; D \approx 0,83083... ; E \approx 1,682507...$$

On peut montrer que le GG a le générateur suivant : $x \mapsto x^2 - 2$ c'est-à-dire que $P(a) = 0 \Rightarrow P(a^2 - 2) = 0$.

Soit

$$A \mapsto C$$

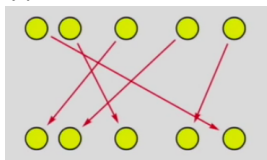
$$B \mapsto D$$

$$C \mapsto B$$

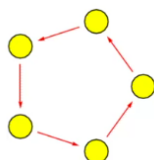
$$D \mapsto E$$

$$E \mapsto A$$

Le GG est alors le groupe cyclique suivant :



Ceci indique qu'il faut indexer les 5 racines réelles non par ordre croissant mais selon le corps F_5 des entiers modulo 5 si bien que GG deviendra alors le groupe (cyclique) des translations :



Le GG a ainsi décelé une structure cachée, sous-jacente, de l'équation.

Le GG avoue le secret de l'équation.

Permettez-moi d'illustrer la modernité de cette problématique galosienne par ce petit exemple politique récent.

Évariste Galois à Notre-Dame-des-Landes

En avril dernier, pendant plusieurs jours, le conflit politique de Notre-Dame-des-Landes s'est focalisé sur un point symbolique intéressant : les dossiers d'activités alternatives déposés auprès de l'État par les occupants de la ZAD resteraient-ils strictement collectifs (comme le concevaient les intéressés) ou seraient-ils dispersés en projets, individuellement assumés (comme le voulait l'État) ? En bref, l'acteur faisant face à l'État pouvait-il rester un groupe, parfaitement défini par son projet et ses premières réalisations, déterminé par son mode interne de fonctionnement, nommé comme tel mais restant volontairement sans membres individuellement déclarés ou cet acteur, pour être reconnu par l'État, passerait-il nécessairement par une identification individuelle de nature policière (« Vos papiers ! »), le groupe étant ainsi conçu essentiellement composé de cartes individuelles d'identité ?

Voici comment la ligne de partage s'est initialement constituée.

Le Monde, 18 avril 2018

« S'ils viennent (...) pour me dire "on ne donnera pas nos noms", s'ils ne répondent pas a minima à cette demande, le président de la République a été très clair, il y aura de nouveau des expulsions », expliquait la préfète Nicole Klein.

Il pourra y avoir des projets collectifs et autres qu'agricoles, « mais il faut donner son nom », a-t-elle insisté.

« Je trouve ça absolument incompréhensible de ne pas vouloir donner son nom. »

Les occupants lui ont fait parvenir, quelques jours avant le lancement des opérations d'expulsion, une proposition de convention collective englobant environ 500 des 1 650 hectares de la ZAD, mais « il n'y avait pas un seul nom sur le projet », selon la représentante de l'État.

Le choix est désormais clair : ou bien les intéressés consentent à se déclarer nominativement et à déposer une esquisse de leur future activité et ce, avant lundi 23 avril, ou bien les 2 500 gendarmes postés autour de Notre-Dame-des-Landes pourraient recevoir l'ordre de rayer du bocage une majorité des 68 squats restants, après que 29 habitations précaires ont été démolies la semaine passée.

C'est donc l'avenir même de la ZAD qui se joue. La plupart des 250 personnes installées durablement sur ce secteur – vaste de 1 650 hectares – demeurent hors la loi selon l'appréciation de l'Etat. Si l'on excepte quatre agriculteurs historiques qui s'appêtent à obtenir la rétrocession de leurs terres expropriées, la préfète Nicole Klein ne recense que « 33 conventions d'occupation temporaire de parcelles » paraphées par des personnes dûment identifiées. Marcel Thébaud, un des 4 agriculteurs historiques : « La réalité agricole de la ZAD existe. Mais il est impossible de prédire quelles décisions seront prises. La difficulté pour chacun consiste à se détacher du groupe. » Les militants de base, note-t-il encore, « ont du mal à comprendre ce refus de procéder à des déclarations individuelles ». « Ne ratons pas la dernière étape, énonce Nicolas Hulot, ministre de la transition écologique. Ne rentrons pas dans une spirale de postures, de confrontations, de violences, ne confondons pas écologie et anarchie. »

Et voici comment, les occupants ont rapidement cédé aux injonctions de l'État.

Le Monde, 21 avril 2018

Une délégation d'occupants de la ZAD a annoncé, vendredi 20 avril, au sortir d'une réunion à la préfecture à Nantes, qu'ils acceptaient de déposer des projets nominatifs comme le demande le gouvernement.

« Nous décidons aujourd'hui de répondre aux injonctions du gouvernement. Nous voulons stopper l'escalade de la tension sur la zone et obtenir enfin le temps nécessaire au dialogue et à la construction du projet que nous défendons » ont-ils dit, en précisant avoir déposé quarante projets nominatifs, parmi lesquels certains individuels et certains collectifs.

La préfète des Pays de la Loire, Nicole Klein, a salué devant les journalistes le travail réalisé :

« Ils ont fait un gros travail, il faut le reconnaître, et ils ont amené une vingtaine de projets nominatifs, donc le nom, une adresse, un projet qu'on va bien sûr examiner de près d'ici lundi soir. »

« C'est un signe de bonne volonté », a dit la représentante de l'Etat, « car ils ont jusqu'à aujourd'hui refusé de donner des projets nominatifs », et maintenant « ils ont donné des projets nominatifs ». « Ils ont répondu en partie à la demande qui était de déposer des projets nominatifs », a précisé Mme Klein.

L'État avait demandé aux occupants de remplir d'ici à lundi soir des formulaire individuels, comportant leur nom et les grandes lignes de leur projet agricole ou para-agricole.

Sans prendre ici position sur le fond de l'affaire – les occupants ont-ils eu politiquement raison ou tort ? – faute d'enquête sur place (et « qui n'a pas fait d'enquête n'a pas droit à la parole ! »), on peut cependant relever la particulière modernité de cette ligne de partage : elle rejoint en effet immédiatement le point précis sur lequel la modernité mathématique s'est engagée, il y a maintenant deux siècles de cela : la théorie des groupes par Évariste Galois.

Philosophie

Soyons plus rapide pour la philosophie.

Prenons, comme exemple de philosophie moderne, celle d'Alain Badiou.

On va avoir la nouvelle analogie suivante :

perceptible (classique) → percevoir-perception → imperceptible → écoute → moderne : perceptibilité = psycho-acoustique

résoluble (classique) → résoudre-résolution → irrésoluble → groupes → moderne : résolubilité = survivance mineure

constructible (classique) → construire-construction → inconstructible → généricité → moderne : constructibilité = savoir

À la suite de la mathématique de Paul Cohen, *généricité* va nommer affirmativement la propriété négative d'indiscernabilité (ou d'inconstructibilité)

Techniquement dit, une partie générique est une partie qui intersecte toute densité (ou domination pour AB).

Toute la philosophie de Badiou va édifier son concept philosophique de vérité sur la base de cette propriété affirmative : l'indiscernable échappe au discernement langagier (celui de la philosophie analytique) en affirmant la composition générique des vérités universelles.

Je ne m'étends pas sur ce point, qui demanderait d'importantes précisions.

Physique ?

Rendu en ce point, je ne saurais poursuivre l'analogie en tenant de la soutenir de l'intérieur de la physique des observables.

Je ne peux donc conclure cet exposé que par quelques questions auxquelles je ne risquerai pas de réponses !

- Qu'en est-il des inobservables à la lumière des considérations précédentes ?
- En particulier qu'en est-il d'une éventuelle caractérisation affirmative de ce qui s'énonce de prime abord négativement, comme simple soustraction à l'opération d'observation ?
- Qu'est-ce que l'inobservable révèle du réel de l'opération physique d'observation ?
- En physique, l'inobservable est-il l'enjeu d'investigations spécifiques ?
- Y a-t-il lieu de distinguer, comme je l'ai fait, problématiques classique et moderne en matière d'observations physiques ? En particulier l'observable pourrait-il être repensé (en particulier son importance relocalisée au sein d'une théorie physique étendue) s'il devenait conçu négativement : comme ce qui n'est pas inobservable ?

Je vous remercie d'avoir suivi cet exposé fictionnel : seul le démon de l'analogie pouvait ainsi rapprocher les noms de Mozart, Galois, Notre-Dame des Lands, Hironaka et Badiou !