# UNE PREUVE PAR L'IMAGE : LE DIAGRAMME
# OU
# L'ECRITURE MATHEMATIQUE COMME TECHNOGRAMME [*]

> Parfois également, *une bonne notation entraîne un progrès considérable* en simplifiant la vérification et *en allégeant l'écriture*. Beaucoup de spécialistes des équations aux dérivées partielles seraient perdus sans les *notations abrégées* pour la différentiation, héritées de Leibniz : par exemple **Erreur ! Objet incorporé incorrect.** est une abréviation pour $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k}$ — *nul besoin d'insister sur le gain de temps et d'espace.*
>
> **Cédric VILLANI, *L'Écriture des mathématiciens*.**

> Pour un mathématicien, comprendre une démonstration ce n'est pas *refaire* une à une les étapes ou les lignes qui la constituent, mais *trouver un geste qui comprime*, qui permette de *saisir d'un seul coup* l'ensemble de la démonstration,
>
> **Alain CONNES, *Séminaire « Pensée des sciences »*, ENS, 2003.**

Je voudrais situer le lieu propre de mon discours par un simple détour, qui est un détour philosophique, et à travers deux citations :

---

[*] Sur ce même thème, cf. Charles ALUNNI, « Une preuve par l'image : le diagramme », in *Scienze, Epistemologia, Società. La lezione di Louis Althusser*, Venezia, 29-30-31 ottobre 2008 atti del convegno, Milano-Udine, Mimesis althusseriana, 2009, p. 99-122 ; Charles ALUNNI, « Le lemme de Yoneda : enjeux pour une conjecture philosophique ? Variations sous forme pro-lemmatique, mais en prose », *À la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie*. *Dix ans de séminaires mamuphi*, [dir. Moreno Andreatta, François Nicolas, Charles Alunni], Paris, Delatour France, ircam/Centre Pompidou, 2012, p. 195-211 ; Charles ALUNNI, « De l'écriture de la mutation à la mutation de l'écriture », *Les Mutations de l'écriture*, [dir. ], Paris, Publications de la Sorbonne, « LogiqueLangageSciencesPhilosophie, 2013, p. 123-137.
Voir https://www.youtube.com/watch?v=nvh8LNWxxn8

Thèse n° 24 : Le rapport de la philosophie aux sciences constitue la détermination spécifique de la philosophie.

Thèse n° 30 : La philosophie ne peut intervenir dans les sciences et auprès des scientifiques qu'à la condition d'intervenir et d'intervenir seulement dans le philosophique qui existe dans les sciences et chez les scientifiques.

**Louis ALTHUSSER, Du côté de la philosophie (Cinquième cours de philosophie pour scientifiques), 1967.**

C'est là ce qui me semble être toujours *actuel* dans l'« interrogation » althussérienne du lien organique *sciences / philosophie*, et ce à poursuivre cette question : « *Comment écrire la science ?* ». Je rappelle « en passant » qu'Althusser a soutenu sa thèse *Du contenu de la pensée de Hegel (sur le thème du vide)* à l'automne 1947, devant Gaston Bachelard.

**Erreur ! Aucun nom de propriété n'a été fourni.**

PLAN DE L'EXPOSE :

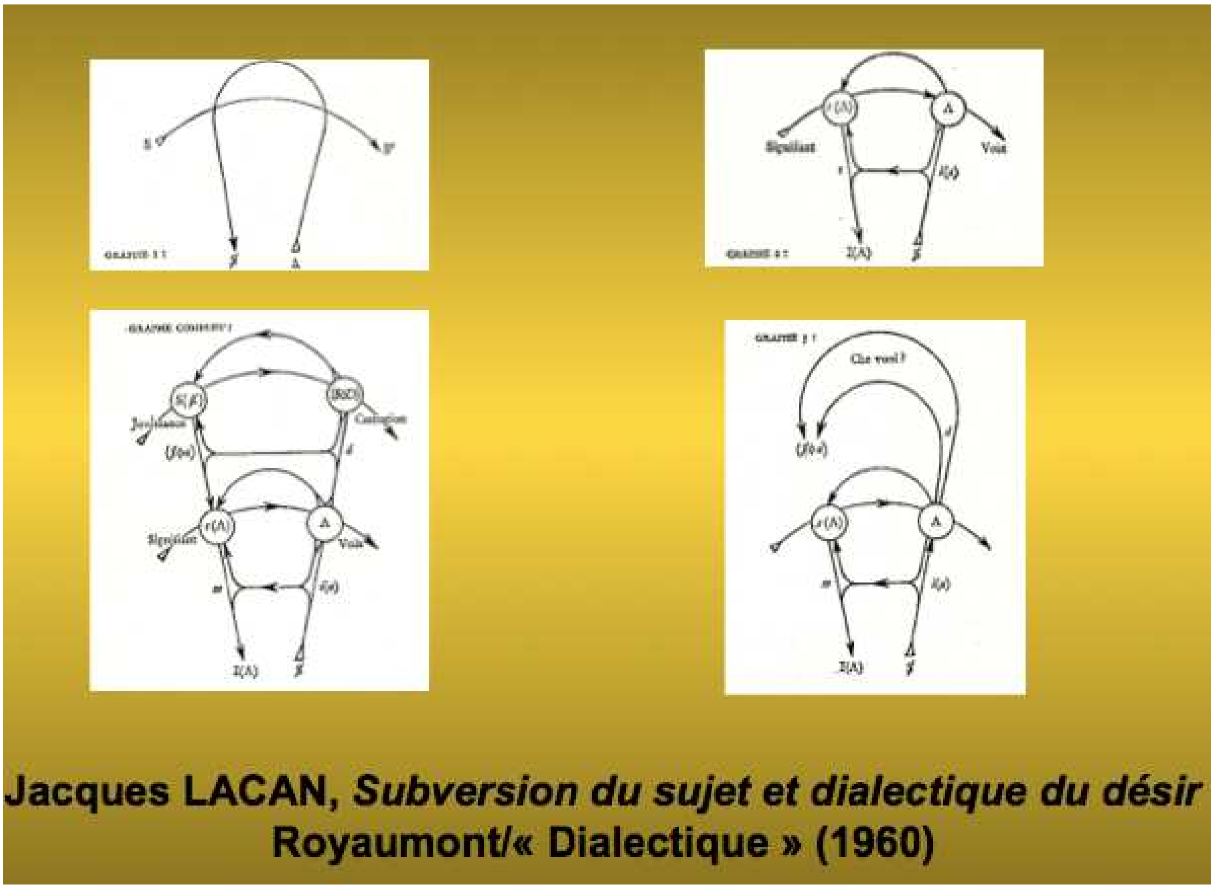
1. L'épreuve galiléenne du « Codex naturae » ;
2. Le phénomène de compactification ;
3. Du diagramme comme preuve par l'image.

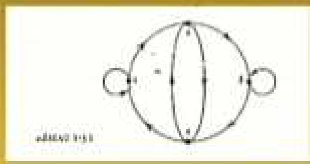
**Erreur ! Aucun nom de propriété n'a été fourni.**

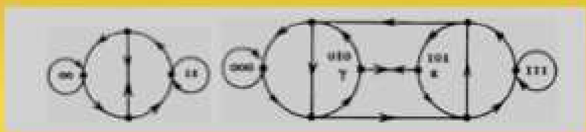
Si la question de l'image en science suppose, comme sous-jacente à son possible statut, celle de l'écriture, il en va *a fortiori* (sinon *a priori*) de même pour le diagramme. C'est la raison pour laquelle je traiterai dans un premier point de l'instauration galiléenne de *l'écriture de la science*, puis de son expansion contemporaine par *procédure de compactification*, et enfin de sa stabilisation probatoire dans une *écriture diagrammatique* qui sera conçue comme « mémoire anticipatrice » des gestes de science et de ses enjeux, relais de l'imagination créatrice qui ouvre et relance sans cesse le champ opératoire de la pratique scientifique.

Je tiens d’emblée à préciser que, pour des raisons de contexte, je m’en tiendrai à une approche imaginative et non technique, même si les exemples présentés enveloppent une complexité théorique notoire. Par approche technique, j’entends le déploiement calculatoire et formel du diagramme dans le contexte symbolique de son inscription.

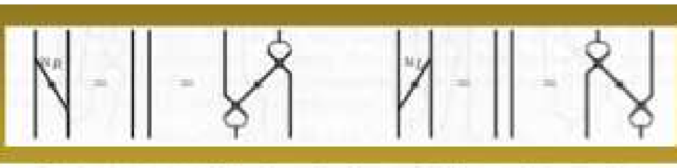
**SEPT EXEMPLES PSYCHANALITICO-PHYSICO-MATHEMATIQUES** :








Jacques LACAN, *Séminaire sur la « Lettre volée »* (1966)



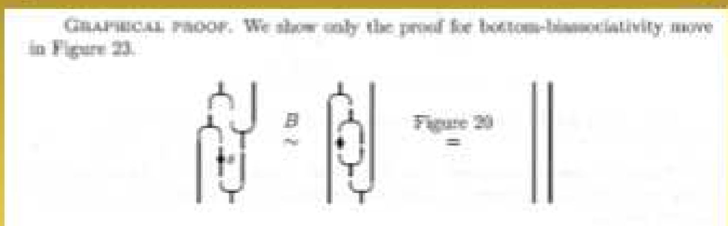



Figure 23. Graphical proof of the ladder Lemma 10.1.

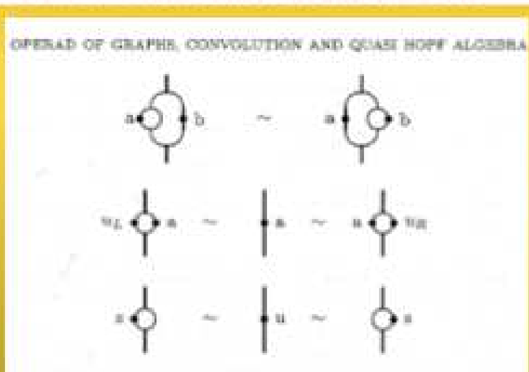



Figure 28. Proof that antipode, if exists, must be unique.

**Diagrammatic Morphisms and Applications**
**AMS 2000**

Convolution & Quasi Hopf Algebra

$$0 \longrightarrow Kef \xrightarrow{m_0} Keg \xrightarrow{e_0} Keh \xrightarrow{\delta} Cof \xrightarrow{m_1} Cog \xrightarrow{e_1} Coh \longrightarrow 0 \qquad (6)$$

*Proof*. From the map of short exact sequences we first build a different diagram; on the left in

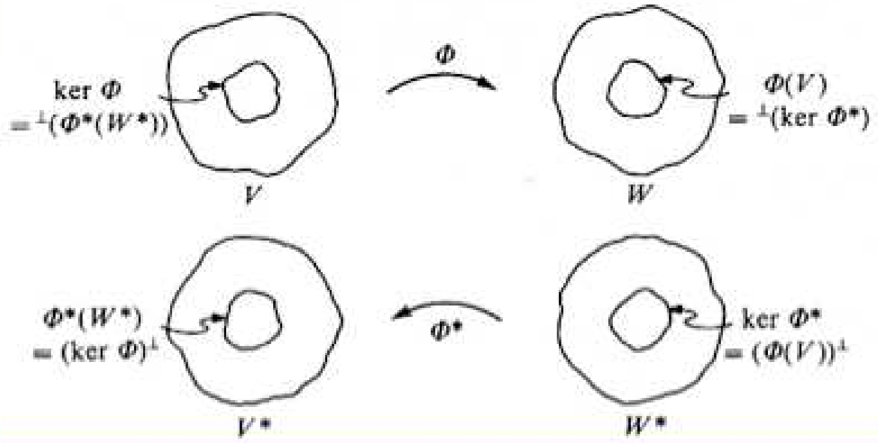
$$\begin{tikzcd}
a \arrow[r, dashed, "s"] \arrow[d, equal] & d \arrow[r, dashed, "u"] \arrow[d, "k'"] & c_0 \arrow[d, "k"] \\
a \arrow[r, "m"] \arrow[d, "f"] & b \arrow[r, "e"] \arrow[d, "g"] & c \arrow[d, "h"] \\
a' \arrow[r, "m'"] \arrow[d, "p"] & b' \arrow[r, "e'"] \arrow[d, dashed, "p'"] & c' \arrow[d, equal] \\
a_1 \arrow[r, dashed, "u'"'] & d' \arrow[r, dashed, "s'"'] & c'
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
 & & x \in_m c_0 \arrow[d, mapsto] \\
 & y \arrow[r, mapsto] \arrow[d, mapsto] & kx \arrow[d, mapsto] \\
z \arrow[r, mapsto] \arrow[d, mapsto] & gy \arrow[r, mapsto] & 0 \\
z_1 & &
\end{tikzcd}
\qquad (7)$$

$c_0 = Keh$, $d$ is the pullback of $e$ and $k = \ker h$, so that $u$ is epi with kernel $s$ as in Proposition 2; dually, $d'$ is the pushout of $p = \operatorname{coker} f$ and $m'$, with cokernel $s'$ as shown. Right down the middle runs a composite arrow $\delta_0 = p'gk' : d \to d'$, with $s'\delta_0 = hku = 0$ and $\delta_0 s = u'pf = 0$. Since $u' = \ker s'$ and $u = \operatorname{coker} s$, this means that $\delta_0$ factors uniquely as

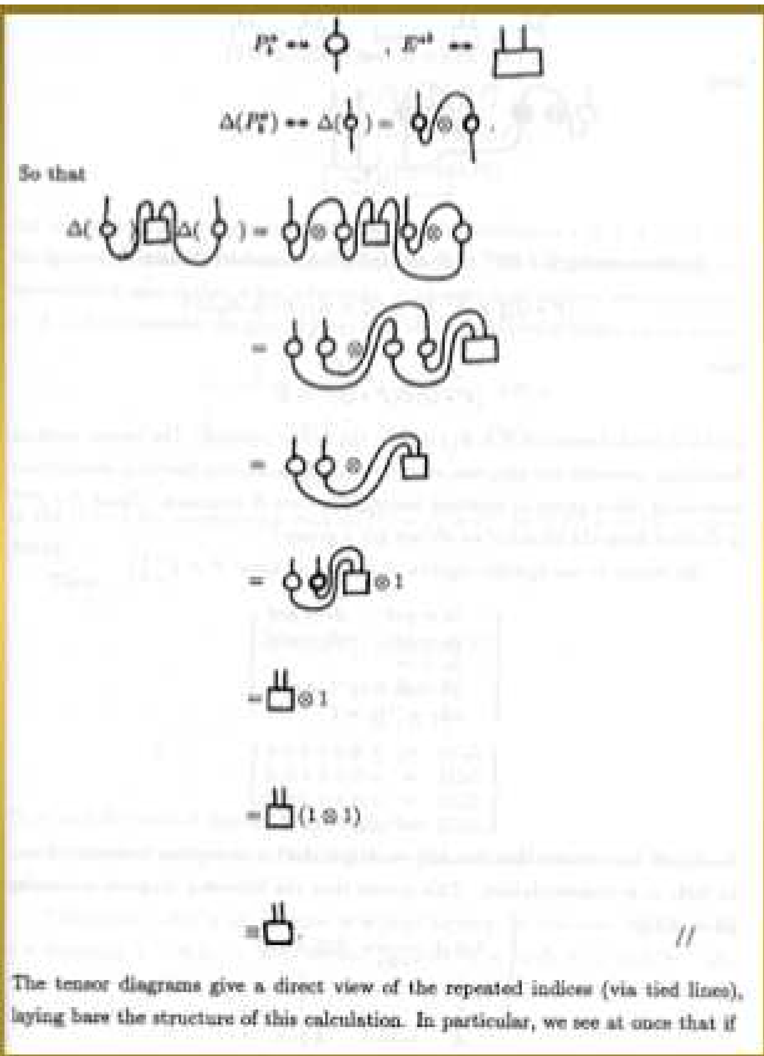
$$\delta_0 = u'\delta u : d \xrightarrow{u} c_0 \xrightarrow{\delta} a_1 \xrightarrow{u'} d'.$$

**Saunders Mac LANE,**
***Categories for the Working Mathematician***
Proof of the *Diagram Lemmas*

PROBLEM 2.21. Prove Theorem 2.14.



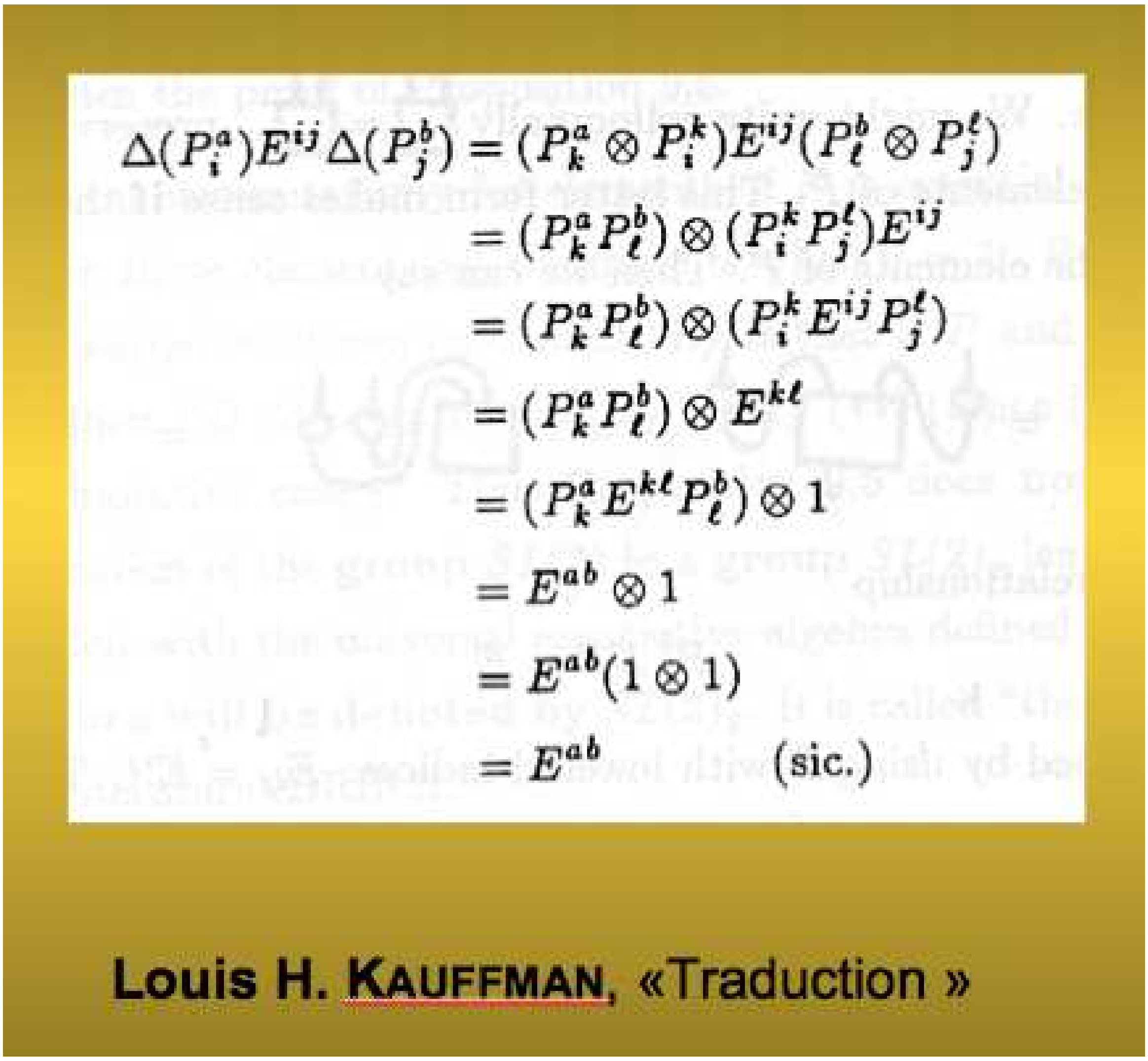

**Robert H. WASSERMAN, *Tensors & Manifolds***
*Multilinear Mappings and Dual Spaces*
*Théorème des compléments orthogonaux*


So that

//

The tensor diagrams give a direct view of the repeated indices (via tied lines), laying bare the structure of this calculation. In particular, we see at once that if

Louis H. Kaufman, *Knots and Physics*




J'entends également image et diagramme comme plongés dans l'« élément » de preuve, « élément » étant compris au sens du « Medium » hégélien.

**Erreur ! Aucun nom de propriété n'a été fourni.**

## I. GALILEE : DU *CODEX NATURAE* AUX CONTRAINTES SYMBOLIQUES (OU GALILEE A LA LETTRE).

Considérant – contre Aristote – que « ce qui arrive dans le concret arrive de la même manière dans l'abstrait » (*Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, Seuil, 1992, p. 235), le « philosophe-géomètre » inscrit sa révolution géométrique en philosophie dans un passage trop bien connu :

La philosophie est écrite dans ce vaste livre qui constamment se tient ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), et l'on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend à connaître *la langue* et *les caractères* dans lesquels il est écrit. Or, *il est écrit en langue mathématique*, et ses *caractères* sont les triangles, les cercles, et les autres *figures* géométriques, sans lesquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot – sans lesquels on erre vainement en un labyrinthe obscur [1]

Je précisais « passage "trop bien connu" », au sens hégélien du : « Ce qui est bien connu en général, justement parce qu'il est bien connu, *n'est pas connu* »[2]. La diffusion et la reprise comme obligée de la métaphore galiléenne sont inversement proportionnelles à son étude réelle et à sa thématisation explicite.

Un second aspect, très lié au premier, concerne la réduction quasi exclusive de ce *topos* au seul « fameux passage de l'*Essayeur* » ! J'ai montré dans ma Thèse[3] que cette occurrence "canonique" du *Saggiatore* ne trouvait sa pleine intelligibilité que sur l'analyse précise d'une *autre occurrence*, beaucoup plus riche pour une interprétation du déplacement *radical* que l'usage galiléen de cette métaphore aura imposé *tant à son histoire*, qu'à la *métaphysique de toute notre Modernité*. Cette topique en question est tirée d'une *Lettre de Galilée à Fortunio Liceti* datée de janvier 1641 :

« Pour moi à vrai dire, j'estime que le livre de la philosophie est celui qui est perpétuellement ouvert devant nos yeux ; mais comme il est écrit *en des caractères différents de ceux de notre alphabet*, il ne peut être lu par tout le

[1] . GALILEE, *L'Essayeur* [1623], Les Belles Lettres, 1980, in *Le Opere* [ed. Favaro], 1899-1909, t. VI, p. 232.

[2] . Georg Wilhelm Friedrich HEGEL, *Phénoménologie de l'esprit*, Paris, Aubier, 1939, Vol. I, p. 28, trad. Jean Hyppolite.

[3] . Thèse soutenue en 1980 à l'École normale supérieure de Pise, sous la direction d'Eugenio Garin. Cf. Charles ALUNNI, *« Codex naturae & Libro della natura* chez Campanella et Galilée *»,* Pise, *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa,* « Classe di Lettere e Filosofia », vol. XII, 1, 1982, p. 189-239 ; « De la "distinction" de Galilée. *Perspicuitas*, *Schematismus* & *Gestalt* », in Claudio Cesa [dir.], *Scritti in onore di Eugenio Garin*, Pisa, Scuola Normale Superiore, « Pubblicazioni della Classe di Lettere e Filosofia », 1987, p. 129-139 ; « Tommaso Campanella entre grammaire "monumentale" et grammaire générale », in *Archives de Philosophie, «* Philosophes en Italie », Cahier Cahier 4, tome 56, oct.-déc. 1993, p. 533-548.

monde ; les caractères de ce livre *ne sont autres* que triangles, carrés, cercles, sphères, cônes et *autres figures mathématiques appropriées à telle lecture* »[4].

Ici, la métaphore de la « langue se retire, comme pour faire porter le « centre de masse » métaphorique sur les seuls *caractères* (les « *figure* ») que sont *triangles*, *cercles*, *carrés*… En forme d'insistance, comme si cette fois faire l'économie de l'expression « langue mathématique » ne suffisait pas, Galilée affirme – et c'est là une affirmation *inouïe* ! – que *ces caractères sont « différents de notre alphabet »*.

Face à cette affirmation pour le moins curieuse et paradoxale, de deux choses l'une :

Ici, une lecture *littérale* du texte adressé à Liceti, cette langue ne fait *aucunement* intervenir « notre alphabet », mais uniquement des « caractères » dès lors réduits à l'épure de « *schemata* » isolés, à ces *figures* (tracés *diagrammatiques* plutôt que traces) que sont cercles, triangles, carrés…

À bien l'entendre, il s'agit ici d'une déclaration d'autant plus *inouïe* que dans sa pratique mathématicienne Galilée utilisa exclusivement l'*algèbre syncopée* des expressions *rhétoriques* que sont abréviations et enchaînements de la langue vernaculaire – « notre alphabet » précisément. Si nous nous en tenons au *fantasme galiléen* de l'« exclusion alphabétique », il nous faut alors imaginer *un espace figural* à la fois muet et aveugle, c'est-à-dire un ensemble de lignes qui soient à la fois sans légende et sans nomination possibles. Or nous savons que ce n'est là qu'une *vision hallucinée et hallucinogène*, exprimée sous le régime de la métaphore, dans la langue philosophique, pour exprimer l'essence profonde de la brisure

4. Galileo GALILEI, *Dialogues et lettres choisies*, Paris, Hermann, 1962 [tr. fr. de P. H. Michel], p. 430.

métaphysique, induite par le fondement *scientifique* de la *philosophia naturalis* appelée aussi physique moderne.

Lorsque GALILEE affronte de manière paradigmatique ce que je qualifie de « contrainte (des matérialités) symbolique(s) », c'est aux avant-postes d'une époque où se court-circuitent *mathématique*, *mécanique* et *structure* pour produire un univers articulé et machinique où le *disegno* (et l'*ingegno*) joue un rôle central pour le dégagement *actif* de l'ossature « anatomique » du réel. Dessins d'une mécanique, et surtout *mécaniques du dessin*. Systèmes de leviers graph[émat]iques qui mettront bientôt en mouvement des « expériences de pensée », et qui ne seront perçus (et activement produits) par l'« œil de l'esprit » que sous le contrôle d'un « regard » mathématisé : c'est l'essence même de l'expérience *léonardienne*. Et l'on sait que pour Kepler, le nombre n'était autre que « l'œil de l'esprit par lequel, *seul*, la réalité est rendue *visible* » !

EXEMPLE DE DEFINITION DU « DISEGNO » INTERIEUR/EXTERIEUR CHEZ FEDERICO ZUCCARO :

**Federico ZUCCARO, *L'Idea dei pittori, scultori ed architetti,* Turin, Disserolio, 1607, in P. Barocchi, vol. 2 [Trad. fr. C. Alunni], in J. Lichtenstein (dir.), *La Peinture*, Paris, Larousse, 1995.**

# CE QU'ON DOIT ENTENDRE PAR CE NOM DE *DI.SEGN.O* INTÉRIEUR

(1607)

**« Ce *disegno* ainsi formé et délimité par une ligne est l'exemple et *la forme* de l'image idéale. »**

**« L'exécution du concept et la mise en œuvre <*l'operazione* > sont la substance de ce *disegno*. »**


**Erreur ! Aucun nom de propriété n'a été fourni.**

On peut don affirmer que pour Galilée, pas plus que pour la postérité physico-mathématicienne, la mathématique ne se parle, ne se lit (au sens courant de la lecture d'un texte), *ni ne se dit* ; en ce sens ELLE N'EST PAS UN LANGAGE. Jean CAVAILLES : « D'essence, le langage n'a rien à voir avec les mathématiques ». Il faut parler plutôt d'un *algorithme* [1554] (que je serais tenté d'écrire « algo*rythme* » !), conçu comme une « algèbre », c'est-à-dire un ensemble de *règles opératoires propres à un calcul*, un enchaînement des actions nécessaires à l'accomplissement d'une tâche calculatoire. En ce sens, *une pensée* de l'*action* sera nécessairement une action de la pensée, de la pensée en action, car « le sensible, conscience immédiate, n'est pas abandonné : ce n'est pas le quitter que d'AGIR sur lui (tout objet abstrait, obtenu, par exemple, par thématisation, est un geste sur un geste) »[5].

Je rappelle à cette occasion que pour Brouwer, « *La mathématique*

[5] . Jean CAVAILLES, dans *Méthode axiomatique et formalisme* [1937] (in [Éd. Bruno Huismann] *Œuvres Complètes de Philosophie des Sciences*, Hermann, Paris, 1994, p. 178).

*est plus une action qu'une doctrine* »[6].

On pourrait encore citer la Thèse de Saunders Mac Lane sur la question de l'algorithme logico-mathématique et de sa preuve :

« Une preuve n'est pas seulement une série de pas individuels, mais un groupe de pas, rassemblés en vue d'un plan et d'une intention définis […]. Nous affirmons ainsi que toute preuve mathématique possède une idée directrice (prédominante) <*leitende Idee*> qui détermine chaque pas individuel et qui peut être donnée comme un plan de la preuve <*Beweisplan*>.

[…] De nombreux styles fondamentalement différents peuvent être utilisés pour donner n'importe quelle preuve – le style précis, symbolique et détaillé utilisé dans les *Principia* et dans bien d'autres parties des Mathématiques, qui requiert un exposé rigoureux des pas d'épreuve au prix des idées sous-jacentes –, et le style intuitif, conceptuel qui déploie toujours les idées et les méthodes centrales d'une preuve, de manière à comprendre les manipulations individuelles à la lumière de ces idée. Ce style est pratiqué en particulier dans les ouvrages et dans les cours d'Hermann Weyl »[7].

L'algorithme mathématique constitue un système original possédant une syntaxe propre. Et, caractère essentiel de notre point de vue, il doit constituer un système de notations (de matérialités symboliques) où CE QUI FAIT SENS (signification *formelle* et *conceptuelle*) tient dans la cohérence des rapports et des relations. *La signification y est fonctionnelle*.

Unifier la vision, la constitution, la disposition spatiale et la syntaxe ("tabulaire") des séquences de symboles, c'est unifier (mais aussi laïciser) la science et sa circulation de sens dans l'horizon d'une *structure* de signes invariants (garants de *l'invariance* des " lois "

---

6. « Die Mathematik ist mehr ein Tunn denn eine Lehre », Luitzen Egbertus Jan BROUWER, « Mathematik, Wissenschaft und Sprache », in *Monatshefte f. Mathematik u. Physik*, Bd. 36, 1929.

7. Saunders Mac Lane, *Abgekürzte Beweise in Logikkalkul*, 1934, PhD Thesis, Georg August-Universität zu Göttingen. Réédité in I. Kaplansky [éd.], Saunders Mac Lane *Selected Papers*, New York, Springer Verlag, 1979, p. 1-62. Je rappelle ici que le directeur de cette Thèse n'était autre que Hermann Weyl lui-même. Elle s'intégrait à un projet de *théorie des structures pour les Mathématiques* qui devait se fonder sur les principes d'idées directrices permettant d'établir *une preuve intuitive* plus proche de la logique formelle.

naturelles), et jouant ainsi comme *traces opératoires*.

## II. LE PHENOMENE DE COMPACTIFICATION.

*Quid dès lors du XX° siècle ?* « Comprendre c'est attraper le geste et pouvoir continuer » écrit Jean CAVAILLES dans sa Thèse, *Méthode axiomatique et formalisme*, publiée en 1937. Ce XX° siècle aura précisément consisté en une *reprise*, un *prolongement* et une *aggravation du geste galiléen* saisi dans toute sa complexité, c'est-à-dire à la fois dans sa radicalité et dans ses *solidarités métaphysiques*[8].

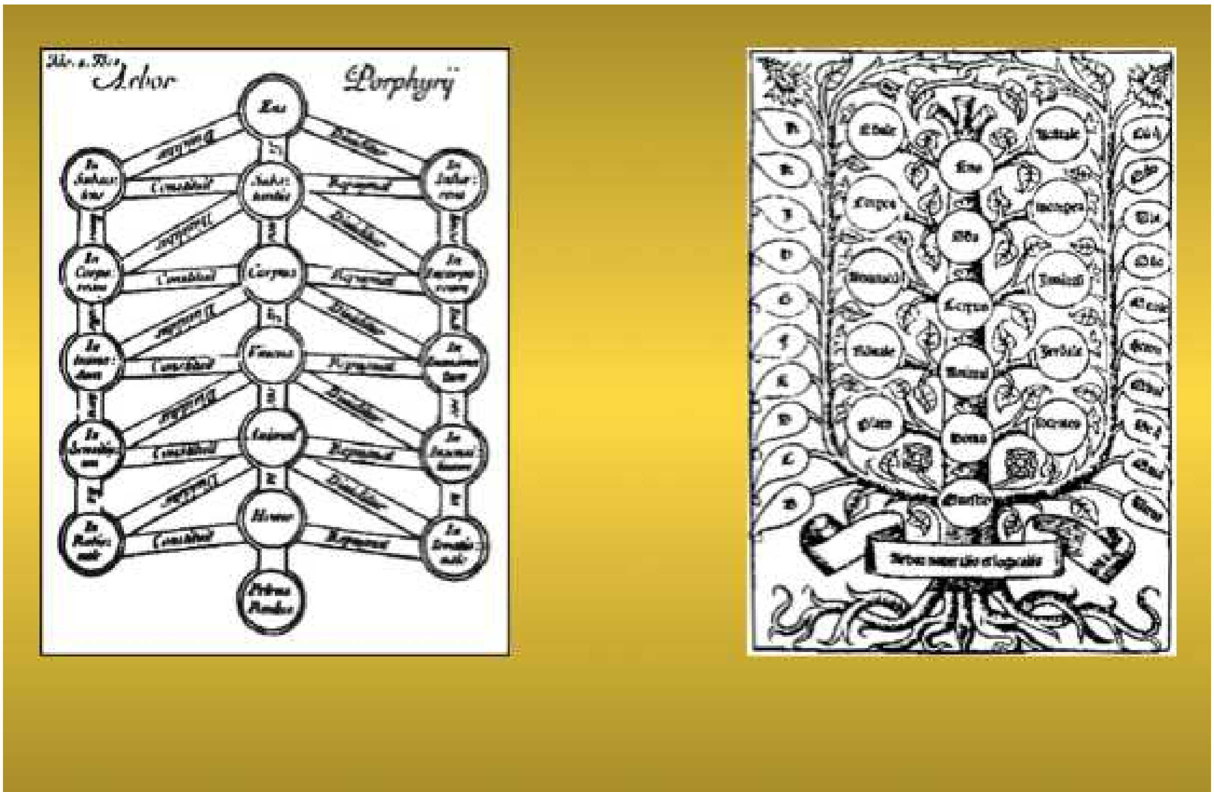
Après l'instauration et le développement des économies réglées de la *structure*, du « *disegno* », du *graphe* et de la *machine* (il faut bien sûr renvoyer ici à Leonardo da Vinci et à sa théorie des *structures*) – en passant par la notion fondamentale de « *perspicuitas* », comme idéal régulateur de la « clarté » mathématique et idéal linguistique d'une *Mathesis Universalis*, la notion de « *schématisme* » (du *latens schematismus* inauguré par Bacon dans son *Novum Organum* aux « béquilles de l'entendement » kantien) –, c'est une thématique parente qui s'ébauche à l'aube du siècle dernier à travers la Psychologie de la Forme (*Gestaltpsychologie*) développée par WERTHEIMER, KÖHLER et KÖFFKA.

BORN, EINSTEIN, HEISENBERG, WITTGENSTEIN ou CARNAP s'en réclameront explicitement comme d'un moment théorique essentiel à la constitution et à la refondation de leur propre champ de rationalité. Elle s'inscrit dans le droit-fil de la r*évolution ramiste* — où une certaine recherche de *l'ordre visuel* commande la structure heuristique du regard

---

[8] . Sur la question du lien entre *Physique et Métaphysique* (« Mais ta Physique… » ou « Mets ta Physique »), voir le texte fort peu connu de Gaston BACHELARD, « Physique et Métaphysique », in *Septimana Spinozana*, The Hague, Martinus Nijhoff, 1933, p. 74-84. Voir l'édition italienne, Gaston BACHELARD, *Metafisica della matematica*, Roma, Castelvecchi Editore, a cura di Charles ALUNNI & Gerardo IENNA, 2016. Cf. mon commentaire, « Bachelard, encore et encore », p. 19-39.

et où, à travers une conception tabulaire, combinatoire et réglée de l'espace, mais également de la *bibliothèque mentale*, on définit les « tables » comme MACHINAE INTELLECTUS.




Arbre de Prophyre

C'est cette tradition que reprendra WITTGENSTEIN dans sa *Grammaire philosophique* : « Toute représentation […] est du même genre que la *dérivation scripturale d'un résultat* à partir de certaines données ou que le renvoi à la *confrontation de signes dans une table* ».

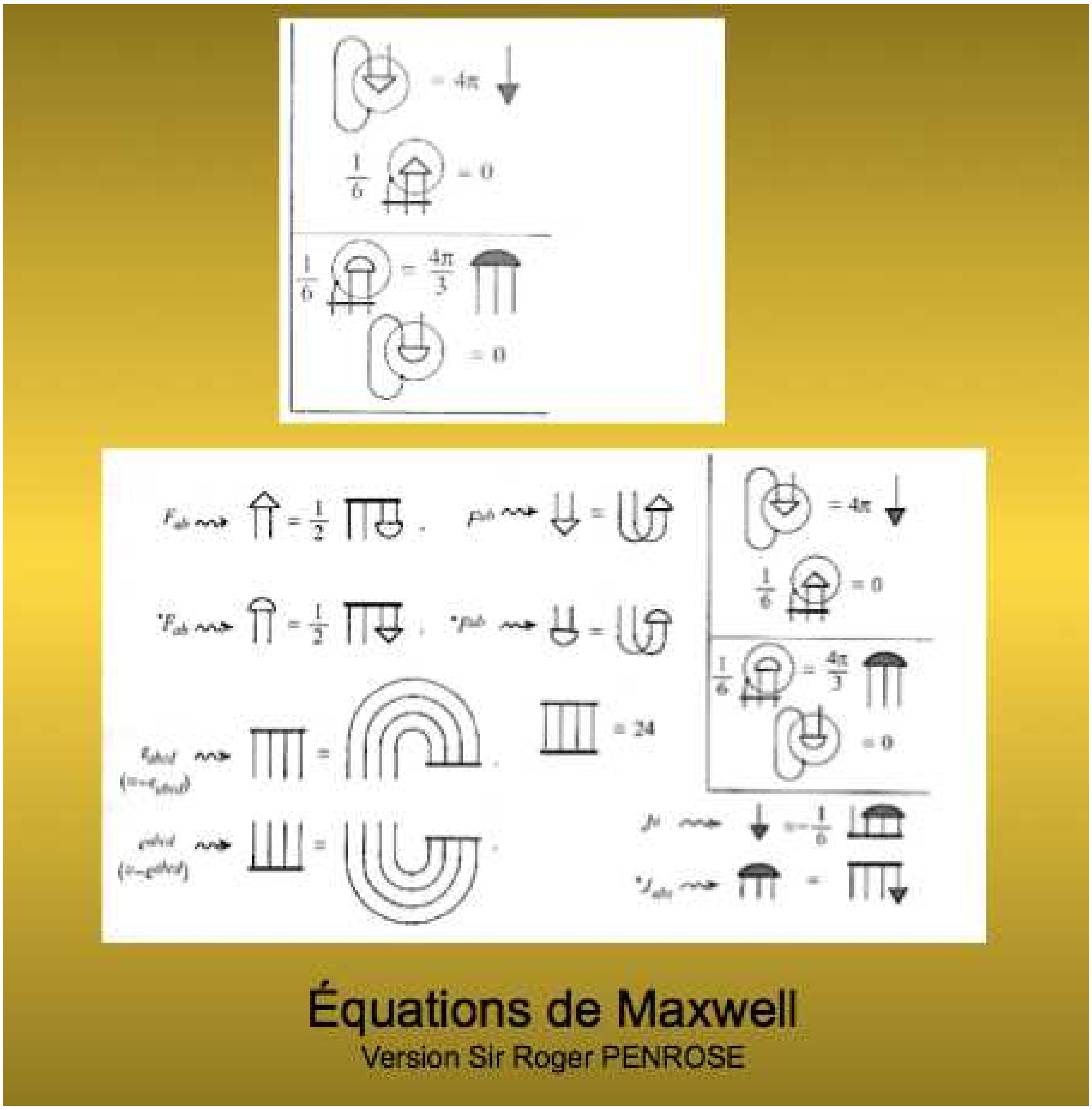
Tout aussi essentielle, est pour nous la question des élaborations IDEO-NOTATIONNELLES, et en particulier l'analyse du *phénomène de compactification* (avec ses effets de *condensateur* et d'*induction* mathématiques) : ainsi, par plongement dans des formalismes mathématiques toujours plus puissants, on assiste à la « compression » spectaculaire des équations, ce qui n'est certainement pas indifférent pour la pensée.

Les équations de Maxwell pour l'électromagnétisme — qui rendent compte, entre autres, de la lumière visible — sont passées de 255 signes-symboles chez Einstein en 1905 — dans sa formulation déjà « compactée » — à 6 aujourd'hui !

TABLE 7.1. Maxwell's Equations in the Course of History
The constants $c$, $\mu_0$, and $\varepsilon_0$ are set to 1, and modern notation is used for the components.

| **The Homogeneous Equation** | **The Inhomogeneous Equation** |
|---|---|
| Earliest Form | Earliest Form |
| $\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$ | $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \rho$ |
| $\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\dot{B}_x$ | $\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = j_x + \dot{E}_x$ |
| $\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\dot{B}_y$ | $\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = j_y + \dot{E}_y$ |
| $\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\dot{B}_z$ | $\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = j_z + \dot{E}_z$ |
| At the End of Last Century | At the End of Last Century |
| $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ | $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$ |
| $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$ | $\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{E}}$ |
| At the Beginning of This Century | At the Beginning of This Century |
| ${}^{*}F^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} = 0$ | $F^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} = j^{\beta}$ |
| Mid-Twentieth Century | Mid-Twentieth Century |
| $dF = 0$ | $\delta F = J$ |

Par ailleurs, il existe une représentation *encore plus épurée*, comme « l'écriture diagrammatique » de Roger Penrose, élaborée dans les années 1970, puis reprise plus tard, vers 2003, par Carlo Rovelli et les théoriciens de la *Loops Quantum Theory*.



**Équations de Maxwell**
Version Sir Roger PENROSE

Les variantes successives, correspondant à des niveaux d'abstraction et de généralisation toujours plus élevés, se traduisent par une condensation toujours plus poussée de l'écriture : *moins nombreux sont les signes figurant dans la formule, plus ils signifient*. Aussi ne faut-il pas croire que plus une formule mathématique ou physique est longue et complexe, plus elle est ardue et profonde – c'est même l'inverse qui est vrai.

*En vérité, les signes mathématiques sont des* « technogrammes » *qui condensent sous une forme scripturale simple, un réseau complexe* *de concepts et de procédures*.

Hermann Weyl nota que Minkowski comparait *le principe du minimum*, formulé et employé à l'origine par Lord Kelvin, à ce qu'il appelait « le véritable principe de Dirichlet, celui de résoudre un problème par un minimum de calcul aveugle et un maximum de visions d'idées »[9].

Cela engage évidemment la question de la « vision théorique », que ce soit celle des enchaînements de plus en plus « épurés » des formes symboliques dans le droit-fil de ce qui est au cœur même de l'instauration galiléenne. C'est ici la reconduction de ce que je qualifie de perpétuation du dispositif de *manu*facture et de manu*tension* des formalismes et de leurs apparats de traces. Cette approche philosophique s'accorde sur la « nature intransitive » du langage : le « signifié » se présente toujours avec une certaine « physionomie » corporelle (le « corps du signifié ») qui « transite » ensuite dans ses emplois variés. Mais il en va ici de *la main* et de ses tensions — *pour la pensée* : « La pensée est essentiellement l'activité d'opérer avec des signes. Cette activité est exercée par la main quand nous pensons en écrivant […] *La pensée est quelque chose comme une activité de la main* »[10].

Si l'on veut approfondir ce que John Archibald Wheeler appelle « *Philosophy of Pictures* », « *Pictorial Representation* », « *Pictorial Technics* » en topologie différentielle (c'est-à-dire dans sa définition d'objets géométriques dans un espace-temps non-métrique ou non géodésique en Relativité Généralisée), si l'on prend philosophiquement au sérieux son feuilletage de la Géométrie Différentielle selon les trois

---

9. [Hermann WEYL, « Über den Symbolismus der Mathematik und mathematischen Physik », *Studium Generale*, 1953, 6, p. 219-228, in Hermann WEYL, *Le Continu et autres écrits*, Paris, Vrin, « Mathesis », 1994 [éd. Jean Largeault], p. 255.

10. Ludwig WITTGENSTEIN, *Le Cahier bleu et le Cahier brun*, Paris, Gallimard, 2004.

axes (les trois « perspectives ») du « purely *pictorial* », de l'« *abstract* differential » et des « components *mani*pulations »[11], si l'on veut saisir tous les enjeux de la « *notation diagrammatique* » de Roger Penrose et des « formules de nœuds » de Louis H. Kauffman, il convient d'opérer la connexion avec cet aphorisme wittgensteinien tiré de ses *Vermischte Bemerkungen* : « I think with my pen » : « Je pense en fait avec la plume. Car ma tête, bien souvent, ne sait rien de ce que ma main écrit »[12].

Il faut en saisir la « lettre » (et l'« esprit ») en se demandant *ce qui passe dans la pensée* et *pour la pensée.* Se demander si sa capacité d'élaboration diagrammatique et « imagée » d'entités physico-mathématiques telles que les « tenseurs » aurait quelque chose « à voir » avec le fait que l'acte mécanique de l'inscription comme telle, saisi comme geste pragmatique d'écriture sur une feuille ou sur un tableau noir, est lui-même le résultat d'une application de « forces tensorielles » sur le corps du stylo ou sur le corps de la craie.

On pourrait dire qu'en un sens le « tenseur » décrit à la fois (mathématiquement) le système des tensions aux points de contact, et qu'il l'« indexe » et qu'il le « code » dans la pensée, par le mouvement et la dynamique même de son inscription. Notre question pourrait se formuler ainsi : « qu'est-ce qui, de cette “algèbre tensorielle au bout des doigts”, se “schématise”, se diagrammatise dans la pensée et pour la pensée de la *manu*facture et de la manu*tension* ? » (« […] comment pourrais-je jouer du piano en lisant les notes si ces dernières n'avaient pas déjà quelque rapport avec une certaine espèce de mouvements des

---

11. Cf. John Archibald Wheeler, in Charles W. MISNER, Kip S. THORNE, John Archibald WHEELER, *Gravitation*, San Francisco, W. H. Freeman, 1973,

12. Ludwig Wittgenstein, *Vermischte Bemerkungen* [*Remarques mêlées*, TER, 1990], Oxford, Basil Blackwell, 1977, p. 29.

mains ? » questionnait encore Wittgenstein).

Gilles Châtelet est très précis sur ce point : « J'ai donc ainsi en quelque sorte *propulsé une main par la pensée* et on serait tenté de dire que la pince ou le compas donnent *un point de vue à la main* »[13].

C'est la problématique ouverte du *court-circuit de la main et de l'esprit* dans la reprise et l'élaboration contemporaines des matérialités symboliques, des stratégies manipulatoires de leurs traces algébriques, et de leurs représentations géométriques.

Concluons ici avec Federico Zuccaro :

« Et si ce *disegno* ne commandait ni ne maîtrisait notre intellect, en particulier notre intellect pratique ; si ce dernier ne commandait, c'est-à-dire ne dirigeait notre volonté, et si celle-ci ensuite ne commandait à nos forces (*virtù*) et à nos puissances inférieures, ainsi qu'aux parties du corps, *en particulier aux mains*, nous ne pourrions découvrir l'ordre et la façon d'opérer droitement en nous-mêmes »[14].

## III. DU DIAGRAMME COMME PREUVE PAR L'IMAGE.

« Mes lectures – rares […] surtout le passionnant *Électromagnétisme* du dernier grand théoricien (mort) Maxwell. Je dis *passionnant*. Un livre tout fait d'une métaphore originelle, initiale, puis uniquement les formules et *les diagtammes* – un *ornement extraordinaire* »,

**Paul VALERY, novembre 1893, in *André Gide — Paul Valéry. Correspondance 1890-1942*, Paris, Gallimard, 1955, Édition Robert Mallet, p. 190.**

---

13. Gilles CHATELET, *Les Enjeux du mobile*, *Mathématique, physique, philosophie*, « Des Travaux », Seuil, Paris, 1993, p. 221.

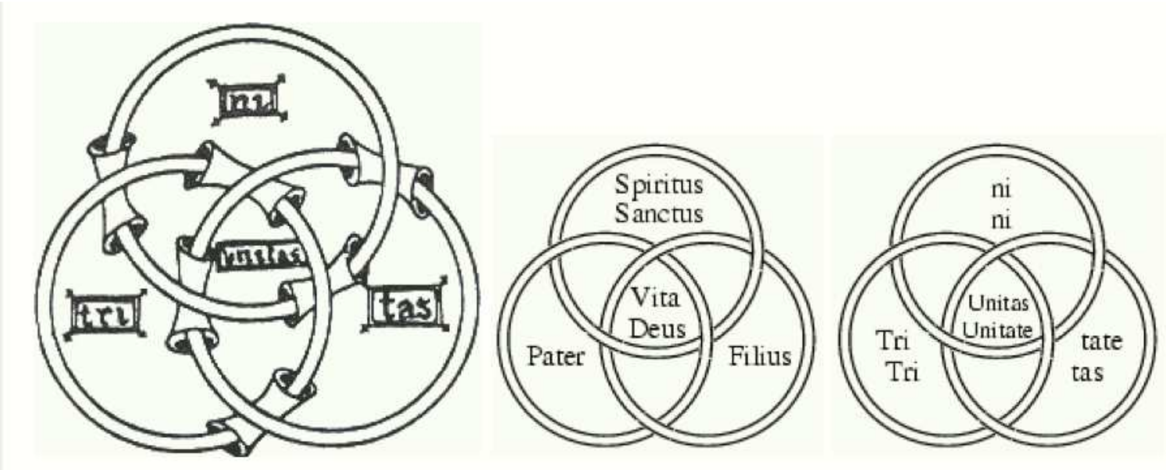
14. Federico ZUCCARO, *L'Idea dei pittori* (1607).

« Un diagramme peut immobiliser un geste, le mettre au repos, bien avant qu'il ne se blottisse dans un signe, et c'est pourquoi les géomètres ou les cosmologistes contemporains aiment les diagrammes et leur pouvoir d'évocation péremptoire. Ils saisissant les gestes au vol ; pour ceux qui savent être attentifs, *ce sont les sourires de l'être* »,

**Gilles CHATELET, Les enjeux du mobile. Mathématique, physique, philosophie, « Des Travaux », Seuil, Paris, 1993.**

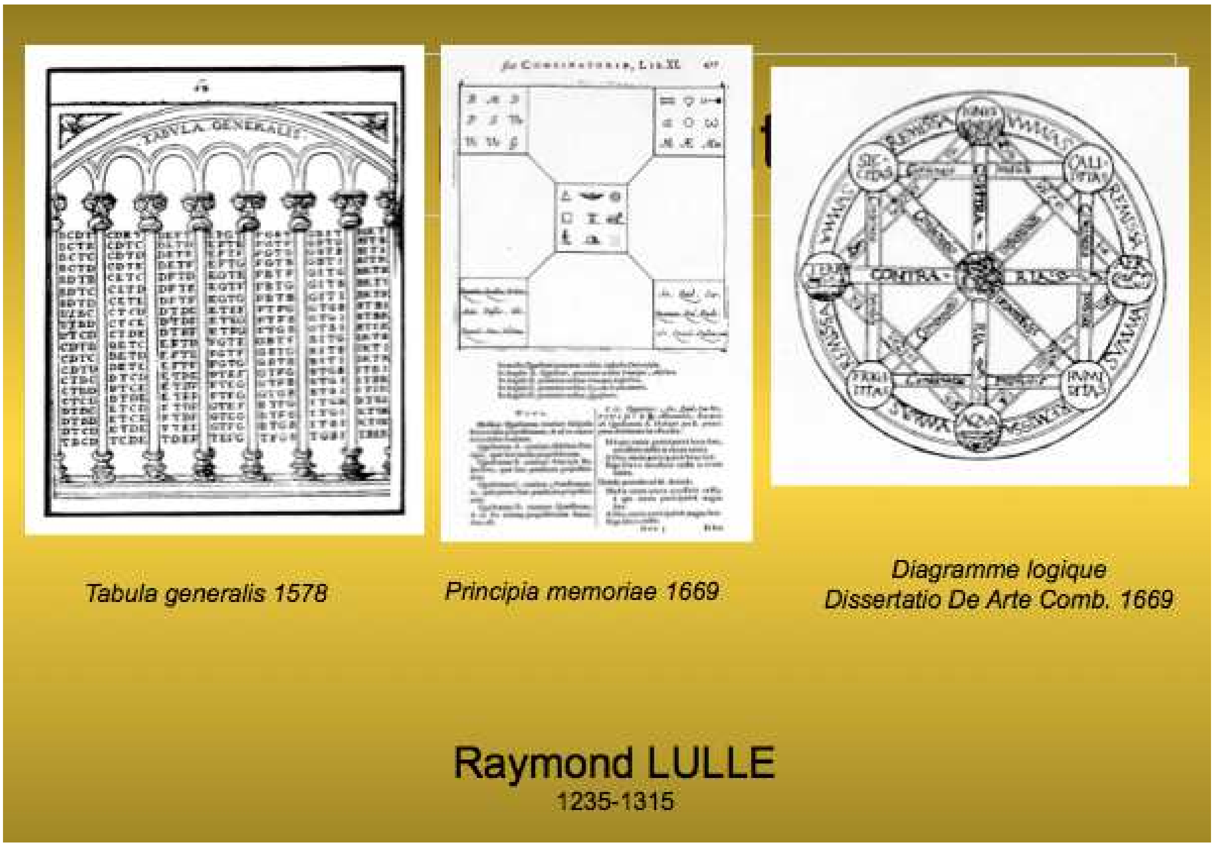
Me limitant ici au « diagramme scientifique », je n'aborderai pas en profondeur la question des PROTOdiagrammes (du partage platonicien entre *skiagraphia* et *skenographia*, des usages métaphoriques de l'image ou du *dessin skiagraphiques* dans les arts mimétiques à la « scénographie » engageant la perspective optique – à la mise en place des *tabulae* lulliennes, des tableaux *pré-diagrammatiques* de Pierre de la RAMEE ou des diagrammes de Nicolas ORESME —, en passant par le statut médiéval du « diagramme » chez Joachim DE FLORE qui, au-delà de l'opposition du texte et de l'image, apparaît comme un véritable programme politico-religieux et un nouveau support « médiatique » des *preuves onto-théologiques de la Trinité*. Simplement quelques exemples visuels :

1. Un exemple de nœud boroméen trinitaire :

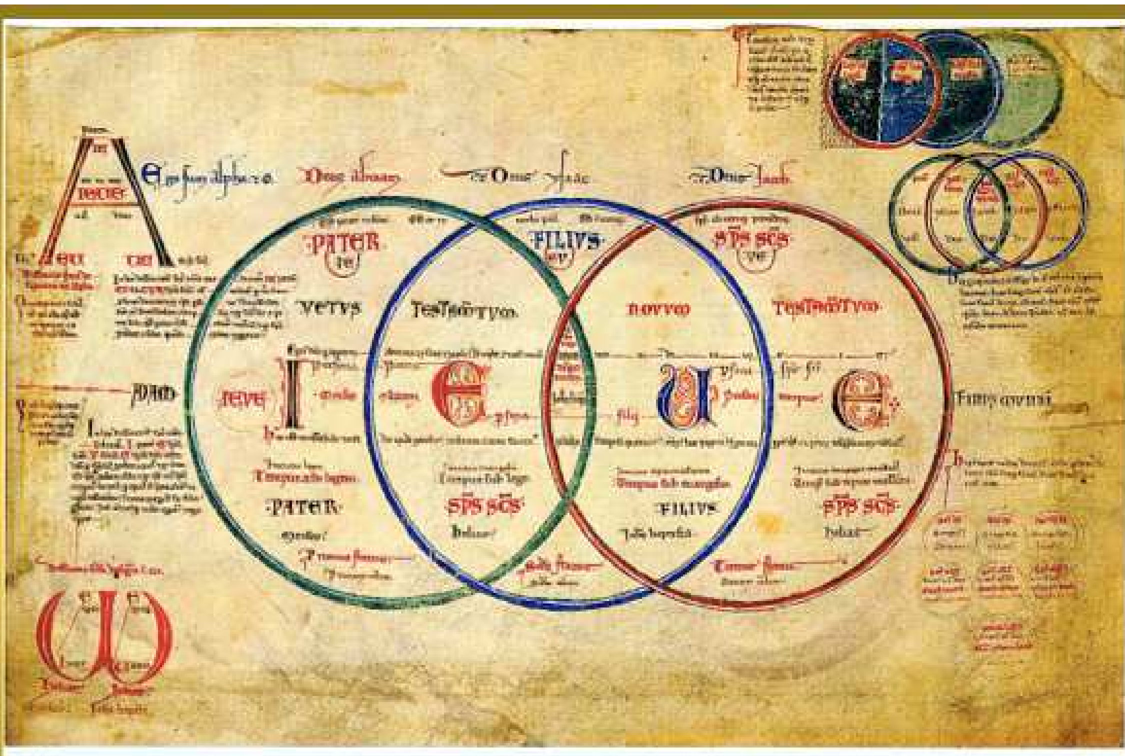


Richard de SAINT-VICTOR – Vers 1160.

## 2. Raymond LULLE



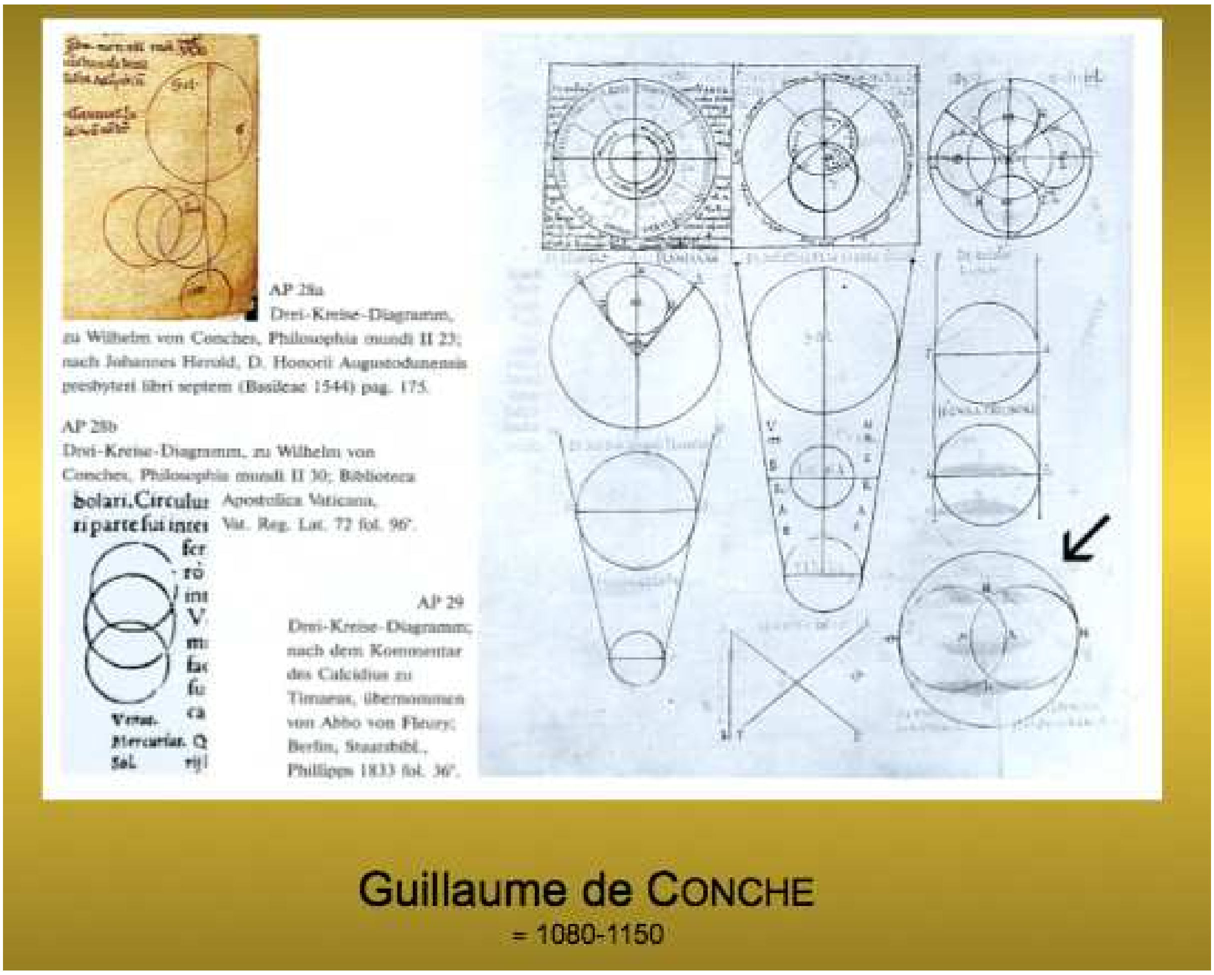

## 3. Joachim de FLORE




AP 30
Drei-Kreise-Diagramm, Joachim von Fiore, Liber Figurarum; Oxford, CCC, MS 255A fol. 7ʳ.

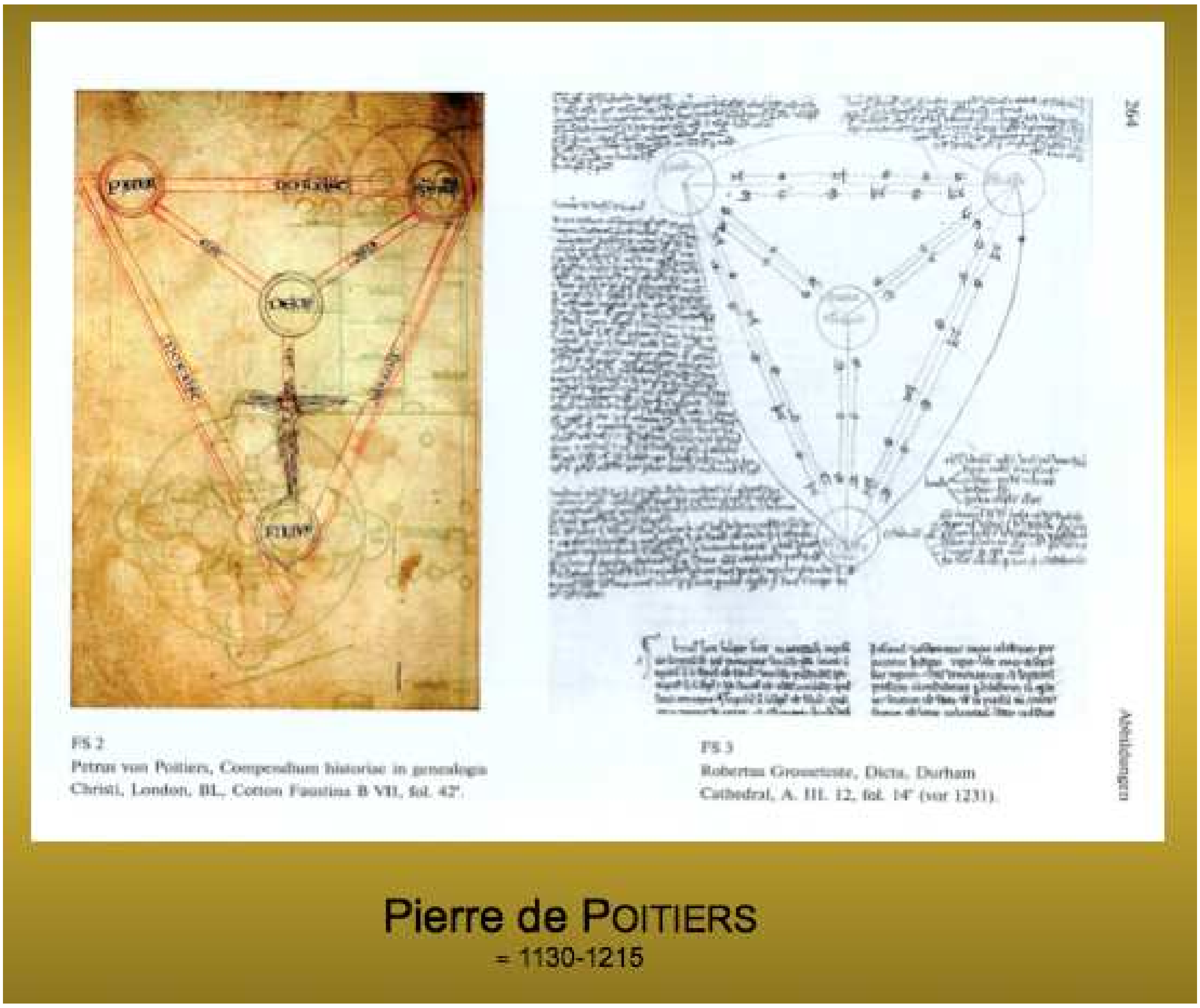
Joachim de FLORE
1130 ? - 1202

4. Guillaume DE CONCHE




5. HILDEGARDE DE BINGEN


## 6. Pierre de Poitiers




7. On a également les exemples d'une émergence de tels « proto-diagrammes » dans la *pensée juridique médiévale* : du *Corpus Agrimensorum Romanorum* aux *Arbores consanguinitatis et affinitatis*.
8. Que la métaphore et le diagramme s'avèrent structurellement solidaires a aussi été signalé par Gilles CHATELET :

« Si les stratagèmes allusifs peuvent prétendre définir un nouveau type de systématicité, c'est parce qu'ils donnent accès à un espace d'entrelacement de la singularité du diagramme et de la métaphore […]. Cet entrelacement est un dispositif où chaque composante s'adosse aux autres : sans le diagramme, la métaphore ne serait qu'une fulguration sans lendemain parce qu'incapable d'opérer ; sans la métaphore, le diagramme ne serait qu'une icône gelée, incapable de sauter par-dessus ses traits gras qui retiennent les images d'un savoir déjà acquis ; sans la subversion du fonctionnel par le singulier, rien ne viendrait contrarier la force de l'habitude »[15].

Cet entrelacement, qui investit non seulement la métaphore et son diagramme, mais la pensée mathématique effective dans ce qu'on appelle aujourd'hui une « *géométrie de l'entrelacement* », nous conduit à parler de *philosophie symplectique* (des « algèbres de Clifford » aux « nœuds » de KAUFFMAN)[16].

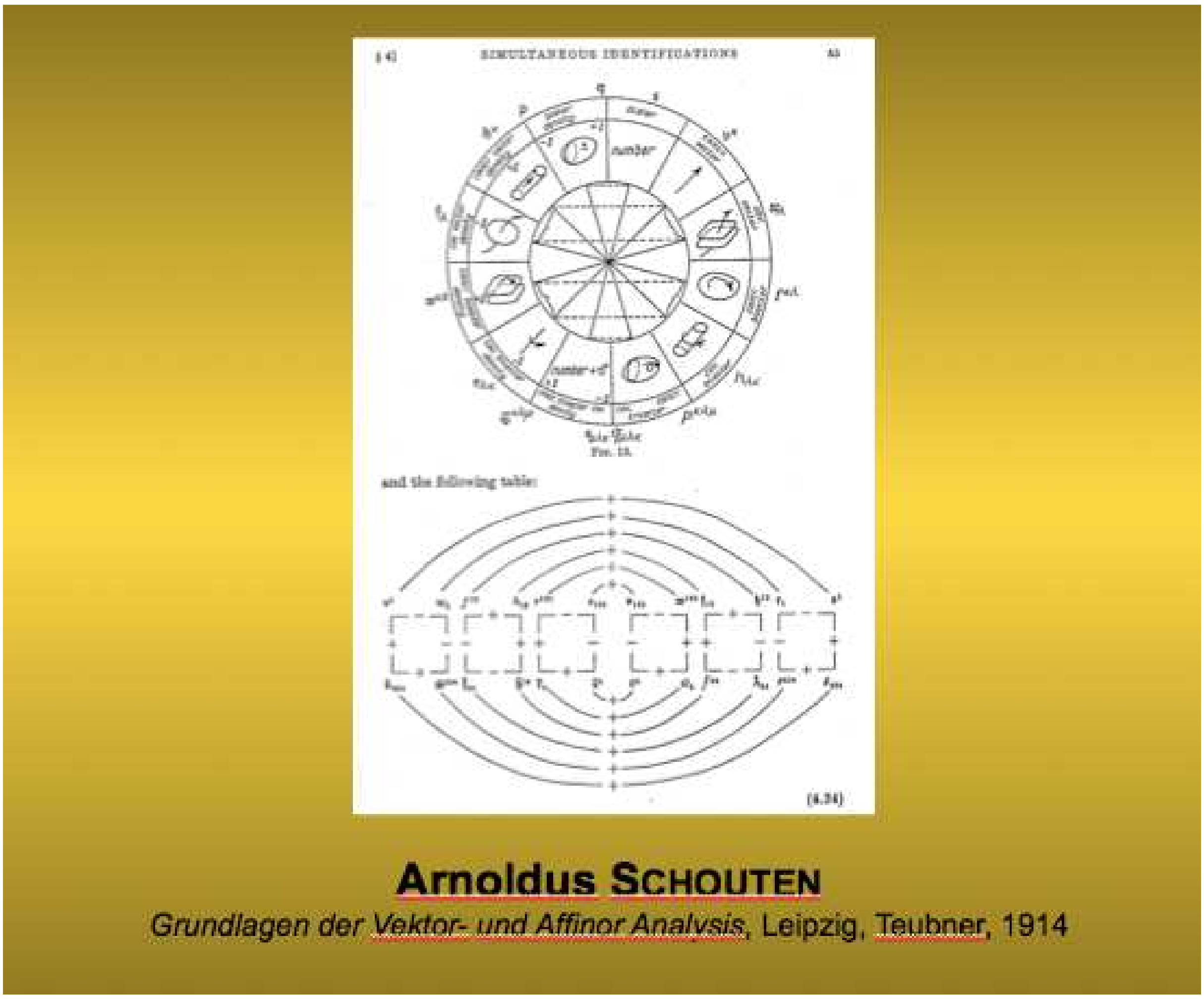
Je voudrais préciser ici ce qui différencie quelque peu mon approche de celle de Gilles Châtelet. Je formulerai cet écart en disant qu'il s'agit selon moi de *faire remonter plus radicalement l'acte diagrammatique du tracé d'un dessin* (explicité en sa pure figuration géométrique) *à la lettre prise dans l'économie discursive de la formule, toute formule constituant déjà un diagramme complexe* qui n'a de sens

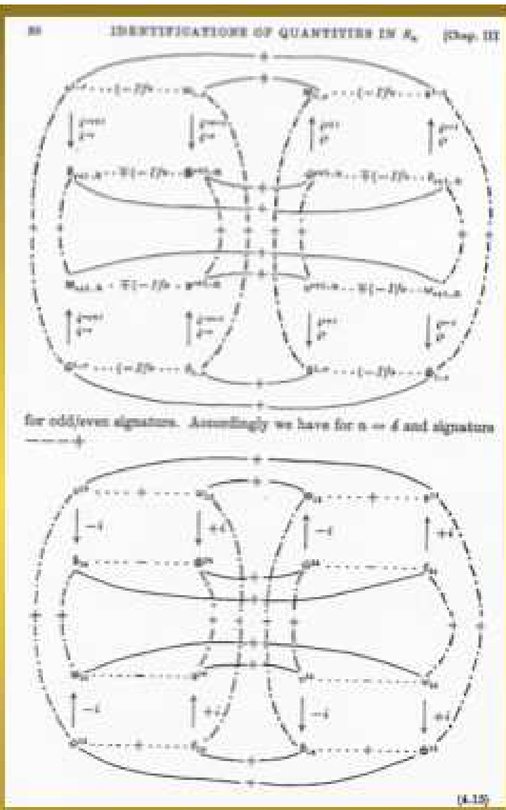
15 . Gilles CHÂTELET, Séminaire Ens, 1997. Publié en anglais sous le titre, « *Interlacing the singularity, the diagram and the metaphor* », in [Duffy ed.] *Virtual Mathematics*, Manchester, Clinamen Press, 2006, p. 31-45.

16 . Il suffit de rappeler que le grec συμπλεκτικος signifie proprement « qui entrelace », en particulier dans le contexte des sciences naturelles (« qui est entrelacé avec une autre corps ou une autre partie ») ; ce qui a donné le latin *complexus* (enlacement) et *complex* (uni, joint), eux-mêmes dérivés de *complector* (qui signifie, en son sens figuré, « SAISIR par l'intelligence, par la pensée, par la mémoire ou par l'imagination » et « embrasser [comprendre] dans un exposé » : *una comprehensione omnia complecti* = « comprendre tout dans une formule unique »). L'utilisation de ce mot en mathématiques est due à Hermann Weyl qui, dans un effort pour éviter une confusion sémantique, a rebaptisé l'obscur (pour l'époque) « groupe du complexe linéaire, « groupe symplectique » ; Cf. Hermann WEYL, *The Classical Groups. Their Invariants and Representations* [1938], Princeton University Press, Princeton, 1946², Chap. VI, « The symplectic group », p. 165. Quelle que soit son étymologie, l'adjectif « symplectique » signifie fondamentalement « tressés ensemble » ou « tissés » ; et c'est cet effet de tresse « par self-induction » qui nous intéresse ici et avant tout.

qu'au centre pointé d'un contexte théorique et d'une forme conceptuelle.

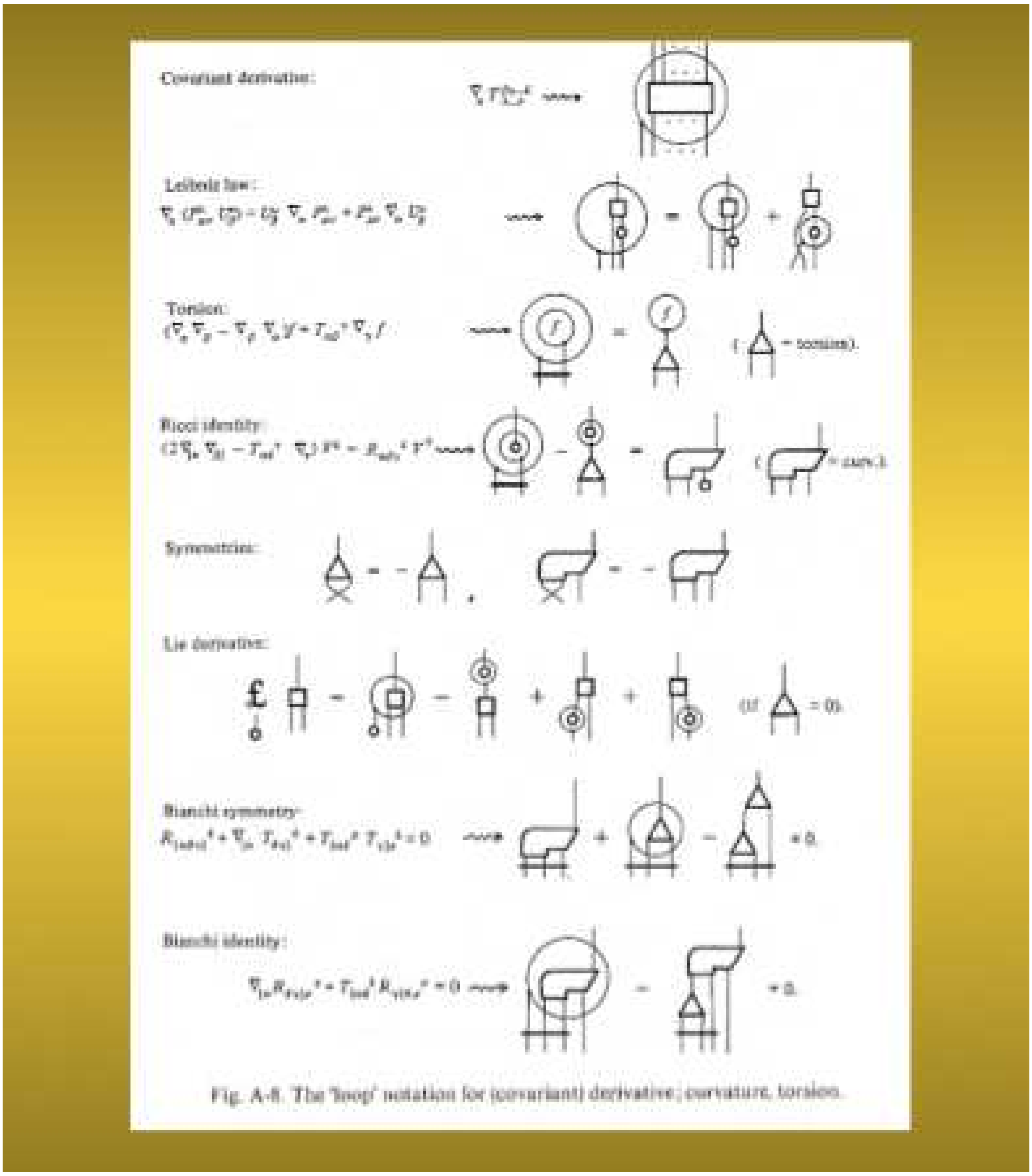
**Quatre exemples physico-mathématiques :**





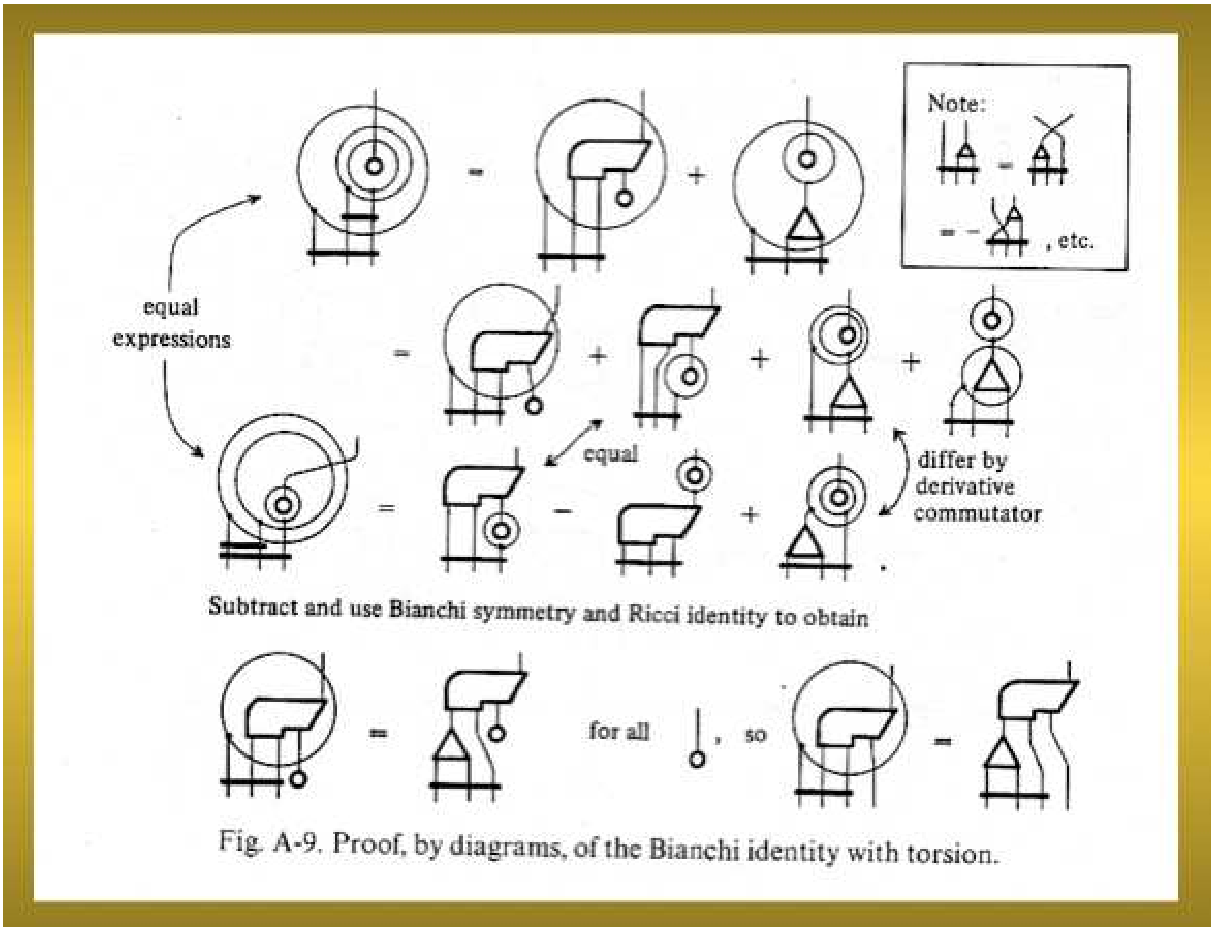

**Arnoldus SCHOUTEN**

*Grundlagen der Vektor- und Affinor Analysis*, Leipzig, Teubner, 1914




**Roger PENROSE I**

The “loop” notation for covariant derivative, curvature, torsion




**Roger PENROSE II**
Proof, by diagrams, of the Bianchi identity with torsion

Je prends enfin l'exemple de la « formule » du LAGRANGIEN – aujourd'hui “fonctionnel” au CERN de Genève (le « lagrangien étant ce qui donne les lois du mouvement [position-vitesse] ou la dynamique du système) dans le *modèle dit standard* de la physique actuelle, et je le compare à sa COMPACTIFICATION dans le contexte de la *géométrie non-commutative* développée par Alain Connes.

**Lagrangien standard**

**Modèle Standard en couplage minimal**

$$\mathcal{L}_E + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{GH} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{Gf} + \mathcal{L}_{Hf}$$

**Action Spectrale** (ac+ac)

$$\begin{aligned} S = \int d^4x \sqrt{g}\, &(1/2\kappa_0^2 R - \mu_0^2 (H^* H) \\ &+ a_0 C_{\mu\nu\rho\sigma} C^{\mu\nu\rho\sigma} + b_0 R^2 + c_0\, {}^*R^*R + d_0 R;_{\mu}{}^{\mu} \\ &+ e_0 + 1/4\, G^i_{\mu\nu} G^{\mu\nu i} + 1/4\, F^\alpha_{\mu\nu} F^{\mu\nu\alpha} \\ &+ 1/4\, B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + |D_\mu H|^2 - \xi_0 R |H|^2 + \lambda_0 (H^* H)^2) \end{aligned}$$

Je situerai donc *en amont de tout acte diagrammatique, la lettre ou gramme*. C'est ce qui peut être rendu lisible par une remontée généalogique jusqu'à la métaphore inouïe et fondatrice du *Livre de la nature* et à ses divers prolongements.

Dans cette perspective, le diagramme apparaît dès lors comme manifestation de la *structure articulée et dialectique du gramme*.

δια–γραφω = dessiner ; décrire || enregistrer ; attribuer || effacer.

δια–γραμμα (το**)** = 1° figure dessinée || 2° registre || 3° décret.

Statut du δια- : prép. signifiant *à travers*. Ici, *ce qui perce* (dans) le gramme et *traverse* l'écriture (et la « formule »).

Cette pulsation « vitale » et « initiale » du gramme, l'acte inducteur de sa mobilité potentielle (ce que CHATELET pointe comme « enjeux du mobile ») se recueille dans le sens originel du *dia*- qui signifie (à la lettre) « en divisant », puis, « en traversant », en passant « à travers ».

Cette « division » opère comme « différence de potentiel » engendrant la tension et l'« autonomie de son centre d'indifférence » : ce qui donne sa réserve à l'acte, dans le mouvement, sans jamais l'épuiser.

Ce qui recolle également à l'emprunt (1584) au latin *diagramma* (déverbal de *diagraphein*), attesté à l'époque impériale au sens d'« échelle des tons » musicaux, c'est l'idée d'un *scaling* à la fois de ses niveaux opératoires et de ses investissements catégoriaux.

Dernier exemple, très bref, que je tire de la Théorie des catégories :

« **The fundamental idea of representing a function by an arrow first appeared in topology [...]. The arrow $f: X \to Y$ rapidly displaced the occasional notation $f(X) \subset Y$ for a function. It expressed well a central interest of topology. Thus a notation (*the arrow*) led to a concept (category)** ».

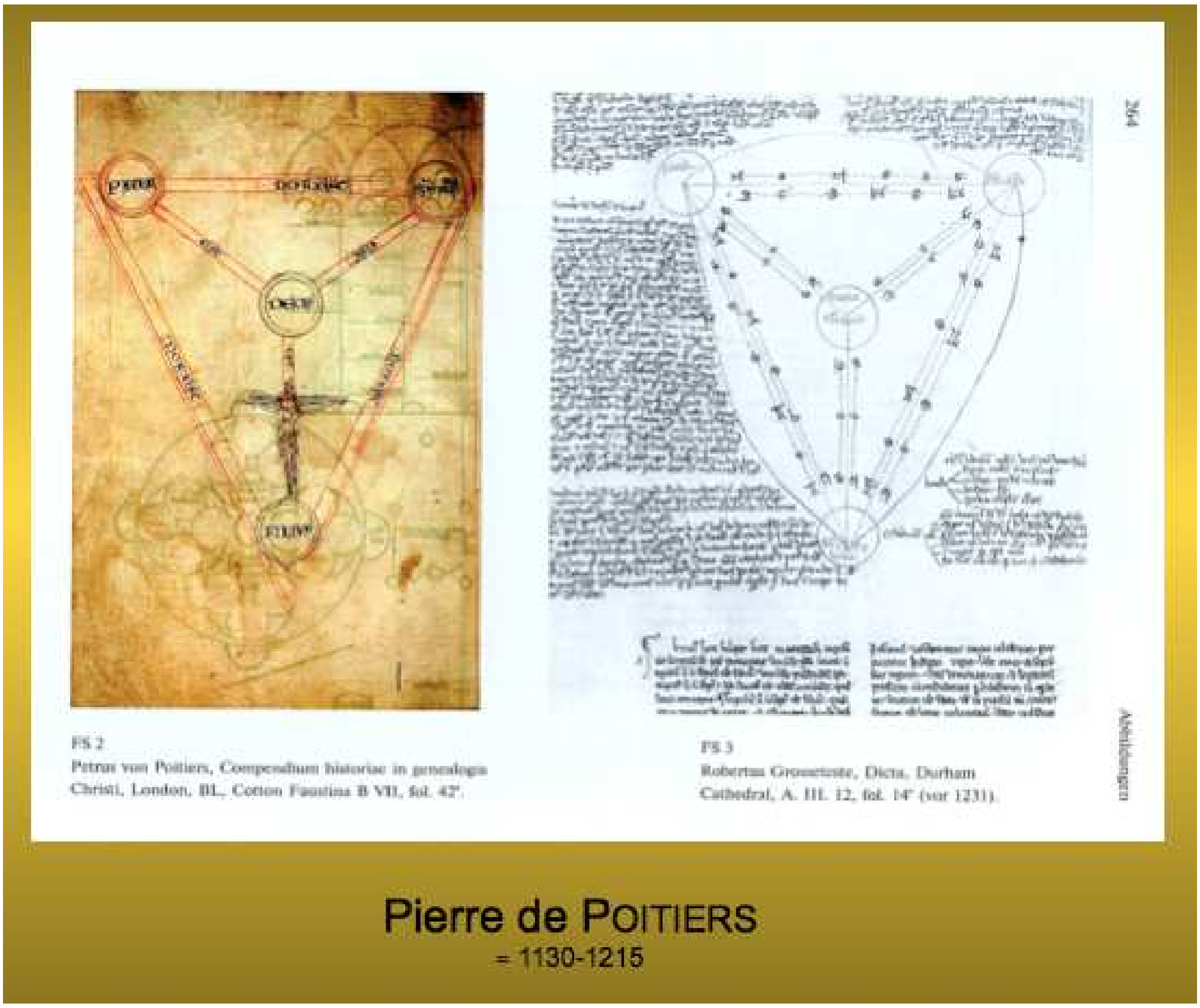
Sanders Mac LANE, *Categories for the Working Mathematician*, Springer, Berlin, 1971, p. 29.

**Quelques précisions maintenant concernant la désintrication des concepts d'*Image*, de *Figure* & de *Diagramme***.

**IMAGE** : j'ai abondamment utilisé la notion d'« image », mais en un sens qu'il me faut maintenant préciser. C'est plus ici l' « image » au sens mathématique (et ensembliste) du terme – comme *forme épurée et « abstraite »*, extension des diagrammes de Venn – qu'il faut avoir à l'esprit, que l'image « illustrative ».

## 9. HILDEGARDE DE BINGEN


10. Pierre de Poitiers




11. On a également les exemples d’une émergence de tels « proto-diagrammes » dans la *pensée juridique médiévale* : du *Corpus Agrimensorum Romanorum* aux *Arbores consanguinitatis et affinitatis*.

12. Que la métaphore et le diagramme s’avèrent structurellement solidaires a aussi été signalé par Gilles CHATELET :

« Si les stratagèmes allusifs peuvent prétendre définir un nouveau type de systématicité, c’est parce qu’ils donnent accès à un espace d’entrelacement de la singularité du diagramme et de la métaphore […]. Cet entrelacement est un dispositif où chaque composante s’adosse aux autres : sans le diagramme, la métaphore ne serait qu’une fulguration sans lendemain parce qu’incapable d’opérer ; sans la métaphore, le diagramme ne serait qu’une icône gelée, incapable de sauter par-dessus ses traits gras qui retiennent les images d’un savoir déjà acquis ; sans la subversion du fonctionnel par le singulier, rien ne viendrait contrarier la force de l’habitude »[17].

Cet entrelacement, qui investit non seulement la métaphore et son diagramme, mais la pensée mathématique effective dans ce qu’on appelle aujourd’hui une « *géométrie de l’entrelacement* », nous conduit à parler de *philosophie symplectique* (des « algèbres de Clifford » aux « nœuds » de KAUFFMAN)[18].

Je voudrais préciser ici ce qui différencie quelque peu mon approche de celle de Gilles Châtelet. Je formulerai cet écart en disant qu’il s’agit selon moi de *faire remonter plus radicalement l’acte*

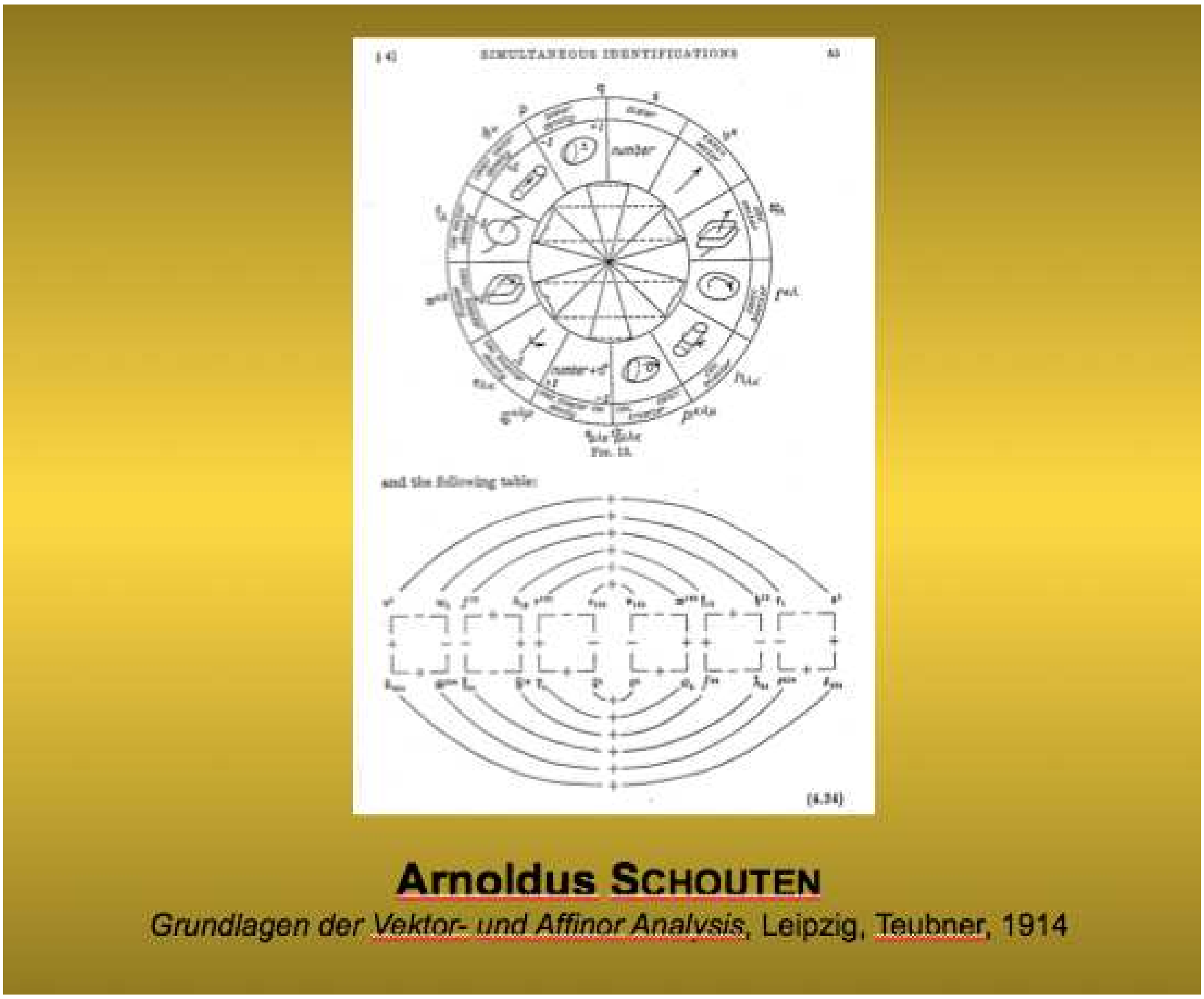
---

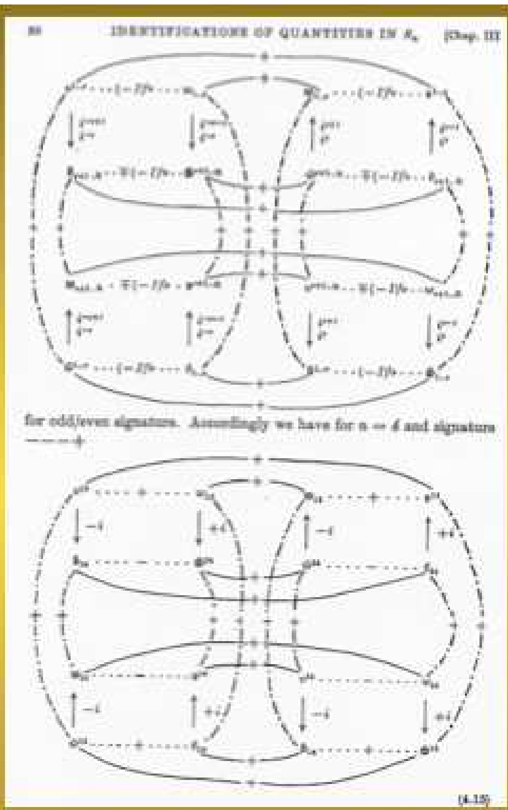
[17] . Gilles CHATELET, Séminaire Ens, 1997. Publié en anglais sous le titre, « *Interlacing the singularity, the diagram and the metaphor* », in [Duffy ed.] *Virtual Mathematics*, Manchester, Clinamen Press, 2006, p. 31-45.

[18] . Il suffit de rappeler que le grec συμπλεκτικος signifie proprement « qui entrelace », en particulier dans le contexte des sciences naturelles (« qui est entrelacé avec une autre corps ou une autre partie ») ; ce qui a donné le latin *complexus* (enlacement) et *complex* (uni, joint), eux-mêmes dérivés de *complector* (qui signifie, en son sens figuré, « SAISIR par l’intelligence, par la pensée, par la mémoire ou par l’imagination » et « embrasser [comprendre] dans un exposé » : *una comprehensione omnia complecti* = « comprendre tout dans une formule unique »). L’utilisation de ce mot en mathématiques est due à Hermann Weyl qui, dans un effort pour éviter une confusion sémantique, a rebaptisé l’obscur (pour l’époque) « groupe du complexe linéaire, « groupe symplectique » ; Cf. Hermann WEYL, *The Classical Groups. Their Invariants and Representations* [1938], Princeton University Press, Princeton, 1946², Chap. VI, « The symplectic group », p. 165. Quelle que soit son étymologie, l’adjectif « symplectique » signifie fondamentalement « tressés ensemble » ou « tissés » ; et c’est cet effet de tresse « par self-induction » qui nous intéresse ici et avant tout.

*diagrammatique du tracé d'un dessin* (explicité en sa pure figuration géométrique) *à la lettre prise dans l'économie discursive de la formule, toute formule constituant déjà un diagramme complexe* qui n'a de sens qu'au centre pointé d'un contexte théorique et d'une forme conceptuelle.

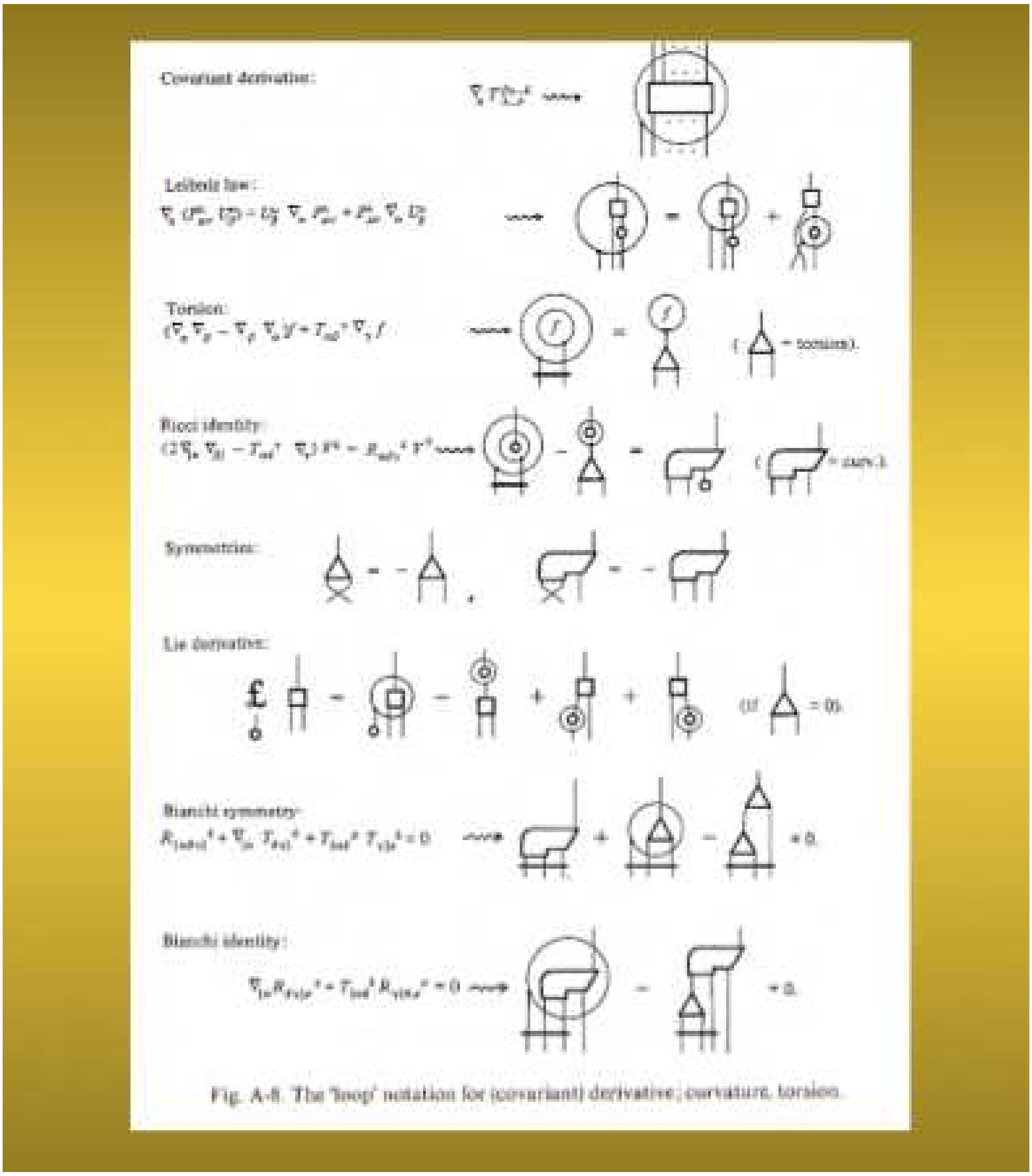
**Quatre exemples physico-mathématiques :**






**Arnoldus SCHOUTEN**

*Grundlagen der Vektor- und Affinor Analysis*, Leipzig, Teubner, 1914




**Roger PENROSE I**

The “loop” notation for covariant derivative, curvature, torsion

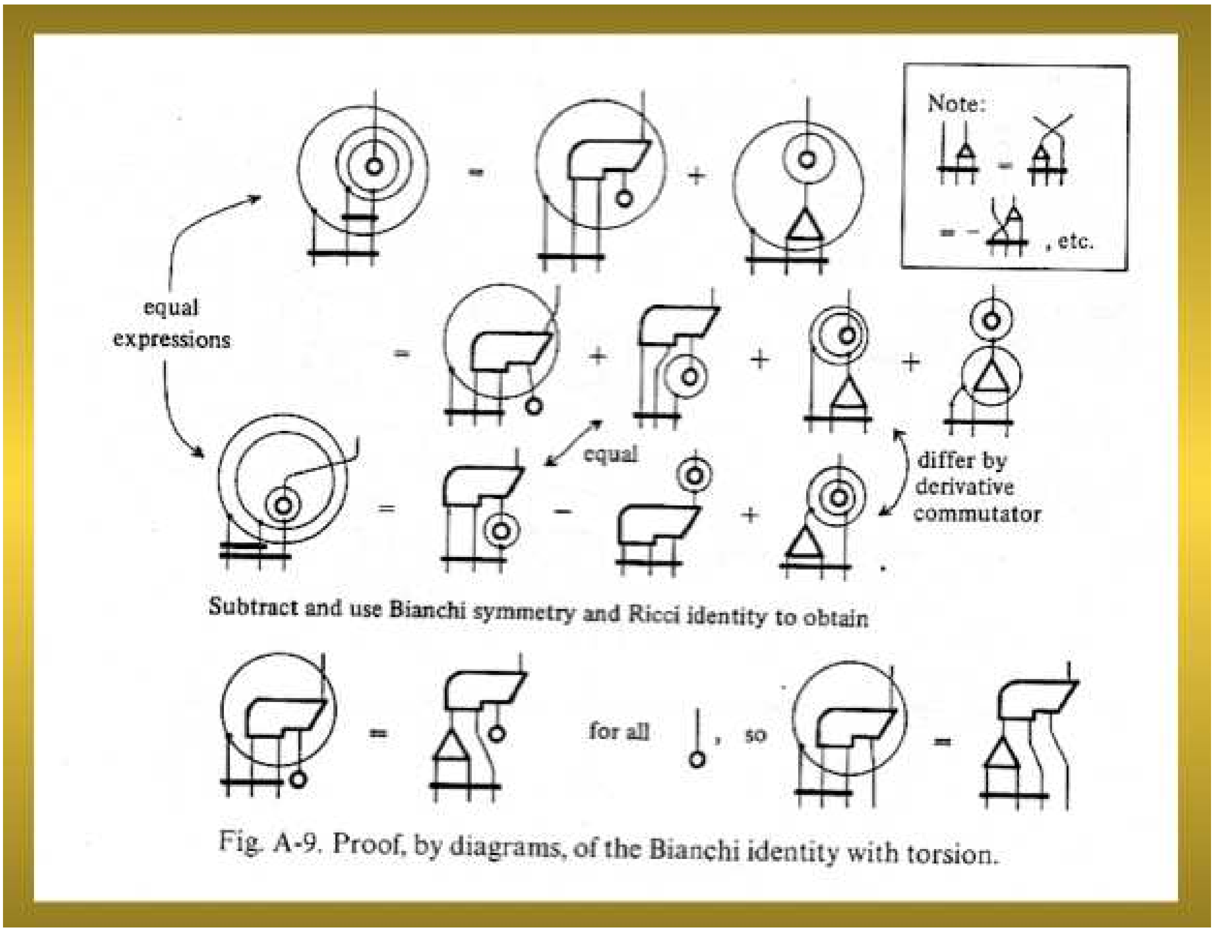


Fig. A-9. Proof, by diagrams, of the Bianchi identity with torsion.

**Roger PENROSE II**
Proof, by diagrams, of the Bianchi identity with torsion

Je prends enfin l'exemple de la « formule » du LAGRANGIEN – aujourd'hui “fonctionnel” au CERN de Genève (le « lagrangien étant ce qui donne les lois du mouvement [position-vitesse] ou la dynamique du système) dans le *modèle dit standard* de la physique actuelle, et je le compare à sa COMPACTIFICATION dans le contexte de la *géométrie non-commutative* développée par Alain Connes.


**Lagrangien standard**

**Modèle Standard en couplage minimal**

$$\mathcal{L}_E + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{GH} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{Gf} + \mathcal{L}_{Hf}$$

**Action Spectrale** (ac+ac)

$$S = \int d^4x \sqrt{g}\, (1/2\kappa_0^2 R - \mu_0^2 (H^* H)$$
$$+ a_0 C_{\mu\nu\rho\sigma} C^{\mu\nu\rho\sigma} + b_0 R^2 + c_0 {}^*R^*R + d_0 R;_\mu{}^\mu$$
$$+ e_0 + 1/4\, G^i_{\mu\nu} G^{\mu\nu i} + 1/4\, F^\alpha_{\mu\nu} F^{\mu\nu\alpha}$$
$$+ 1/4\, B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + |D_\mu H|^2 - \xi_0 R |H|^2 + \lambda_0 (H^* H)^2)$$

Je situerai donc *en amont de tout acte diagrammatique, la lettre ou gramme*. C'est ce qui peut être rendu lisible par une remontée généalogique jusqu'à la métaphore inouïe et fondatrice du *Livre de la nature* et à ses divers prolongements.

Dans cette perspective, le diagramme apparaît dès lors comme manifestation de la *structure articulée et dialectique du gramme*.

δια–γραφω = dessiner ; décrire || enregistrer ; attribuer || effacer.

δια–γραμμα (το**)** = 1° figure dessinée || 2° registre || 3° décret.

Statut du δια- : prép. signifiant *à travers*. Ici, *ce qui perce* (dans) le gramme et *traverse* l'écriture (et la « formule »).

Cette pulsation « vitale » et « initiale » du gramme, l'acte inducteur de sa mobilité potentielle (ce que CHATELET pointe comme « enjeux du mobile ») se recueille dans le sens originel du *dia*- qui signifie (à la lettre) « en divisant », puis, « en traversant », en passant « à travers ».

Cette « division » opère comme « différence de potentiel » engendrant la tension et l'« autonomie de son centre d'indifférence » : ce qui donne sa réserve à l'acte, dans le mouvement, sans jamais l'épuiser.

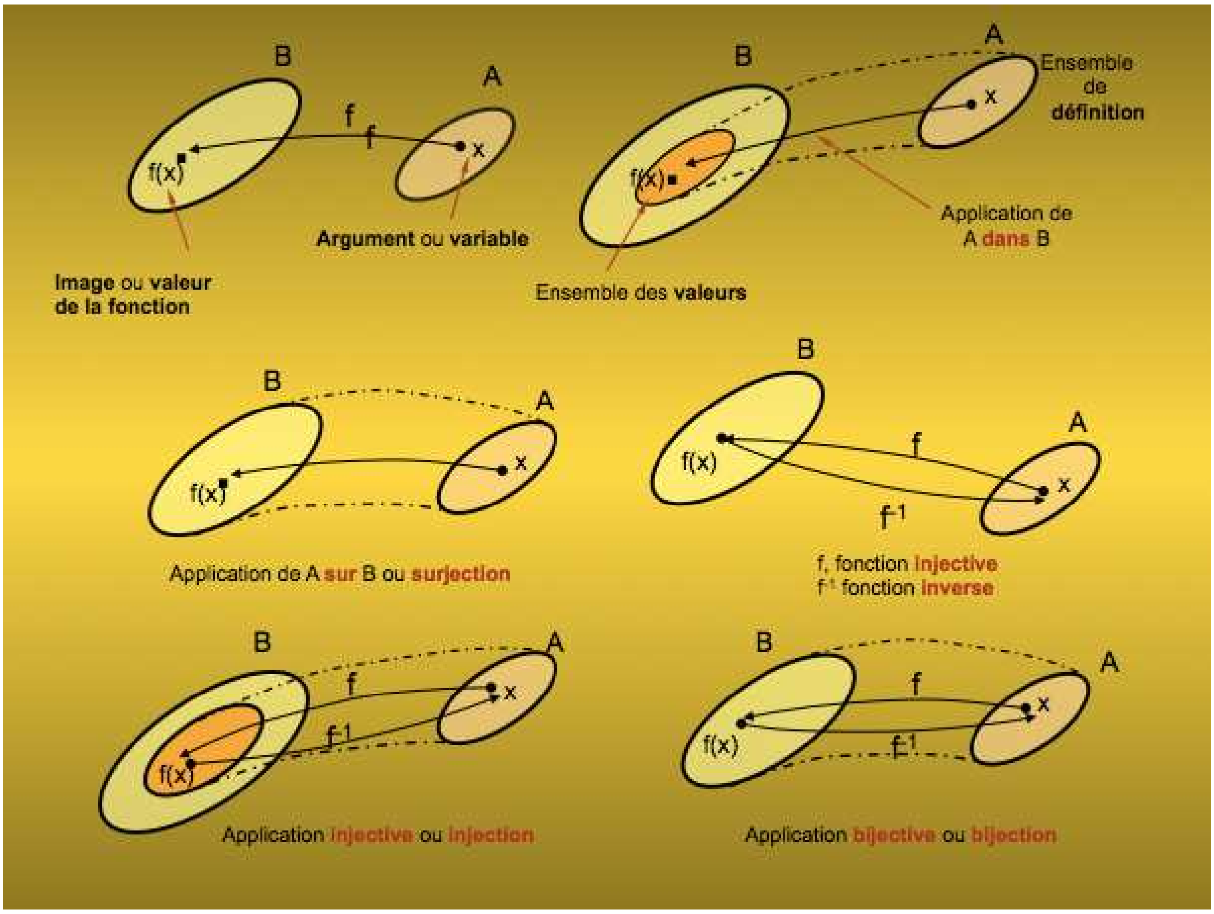
Ce qui recolle également à l'emprunt (1584) au latin *diagramma* (déverbal de *diagraphein*), attesté à l'époque impériale au sens d'« échelle des tons » musicaux, c'est l'idée d'un *scaling* à la fois de ses niveaux opératoires et de ses investissements catégoriaux.

Dernier exemple, très bref, que je tire de la Théorie des catégories :

> **« The fundamental idea of representing a function by an arrow first appeared in topology [...]. The arrow $f : X \to Y$ rapidly displaced the occasional notation $f(X) \subset Y$ for a function. It expressed well a central interest of topology. Thus a notation (*the arrow*) led to a concept (category) ».**
>
> Sanders Mac LANE, *Categories for the Working Mathematician*, Springer, Berlin, 1971, p. 29.

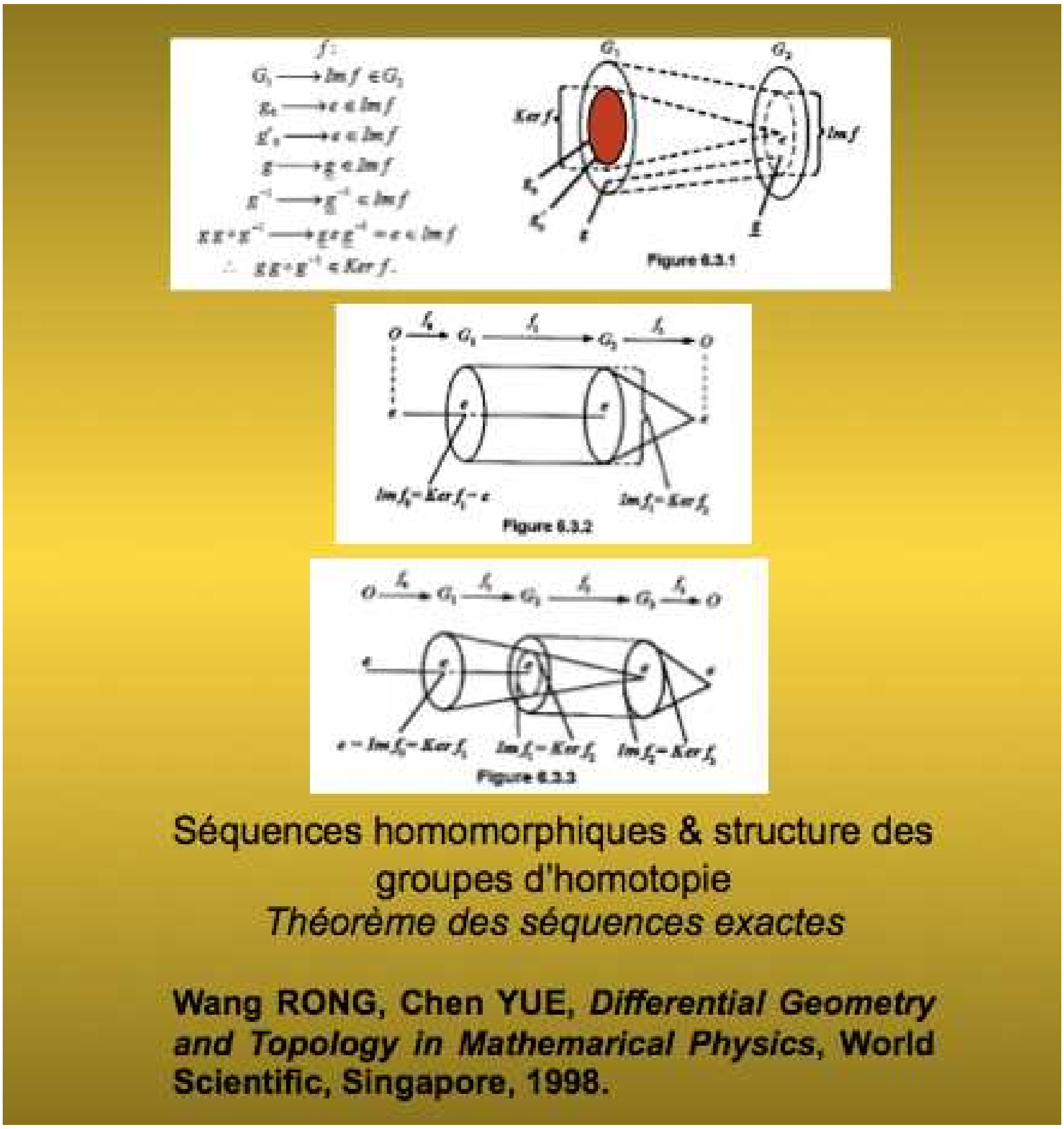
**Quelques précisions maintenant concernant la désintrication des concepts d'*Image*, de *Figure* & de *Diagramme*.**

**IMAGE** : j'ai abondamment utilisé la notion d'« image », mais en un sens qu'il me faut maintenant préciser. C'est plus ici l' « image » au sens mathématique (et ensembliste) du terme – comme *forme épurée et « abstraite »*, extension des diagrammes de Venn – qu'il faut avoir à l'esprit, que l'image « illustrative ».




Ainsi, l'IMAGE est *dans le diagramme*, et le diagramme *enveloppe* l'image comme l'un de ses éléments fonctionnels. Le diagramme inscrit dès lors l'image comme son noyau — on peut prendre ici encore le « noyau » en son sens proprement mathématique de « noyau d'homomorphisme ».

Voici l’ « idée » *diagrammatique* de *noyau* :




Jean-Toussaint Desanti déclarait dans *Philosophie : un rêve de flambeur. Variations philosophiques 2*, Paris, Grasset, 1999, p. 138 :

« Le rapport entre “noyau de fruit” et “noyau d’homomorphisme” n’est pas de simple et arbitraire homonymie. […] “le noyau enferme et maintient un arbre virtuel conforme à son espèce”. C’est cette fonction de “signal” d’invariance, au sein d’un domaine en devenir, qui me paraît autoriser les extensions de signification aux champs les plus étrangers au départ à nos expériences naturelles usuelles. Ainsi l’usage du mot a été admis pour désigner, au sein de l’atome, la région où se trouve concentrée sa charge, au sein de la cellule la région où se trouve concentré et préservé son matériel génétique : toujours conformément à une exigence d’invariance, chaque fois spécifique, et repérable selon des procédures appropriées. Dans la langue des algébristes, un noyau prend le sens de : invariant ».

Quant à l'image, on pourrait dire qu'*elle développe le diagramme*. On retrouve alors la suture *image* / *diagramme*, la double structure invaginante *enveloppement* / *développement*, et la question de la *preuve*.

**FIGURE** : Il y a plus dans le diagramme que dans la figure. Alors que la figure est condamnée à sa triste fonction illustrative, le diagramme s'efforce d'articuler une « compénétration de l'image et du calcul ». On pourrait dire que le diagramme pousse le calcul par ses « stratagèmes allusifs » et que, contemporainement, le calcul suit et poursuit l'image diagrammatique qui est orientation vers la preuve.

Si le calcul cale et calque l'image, inversement (et dans un même geste solidaire), « l*a notation contamine le calcul* ». Sur cette question :

«[...] Le débutant en géométrie différentielle estimera que *la question* [la “matière“= *the matter*] *des notations* représente l'obstacle le plus ennuyeux pour saisir les idées fondamentales. C'est ainsi qu'on trouve une définition amusante de la géométrie différentielle moderne considérée comme *“l'étude de l'invariance sous le changement de notation“*.»

Robert HERMANN, *Differential Geometry & the Calculus of Variations*, Academic Press, New York & London, 1968.

«Les services éminents qu'a rendus et que rendra encore le *Calcul différentiel absolu* de RICCI et LEVI-CIVITA ne doivent pas nous empêcher d'éviter les calculs trop exclusivement formels, où *les débauches d'indices* masquent une réalité géométrique souvent très simple. C'est cette réalité que j'ai cherché partout à mettre en évidence »

Élie CARTAN, in *Leçons sur la Géométrie des espaces de Riemann*, *Préface* (p. VII), Gauthier-Villars, Paris, 1925-1926.

Le diagramme se distingue de la figure par la machinerie qui le fait fonctionner. C’est une puissance *machinique* qui lui est propre. Il ne s’agit pas d’un simple codage ou d’une information rassemblée en un lieu singulier qui illustrerait ou résumerait simplement un modèle, mais c’est *un déploiement* de gestes virtuels. Le diagramme est une STRUCTURE COVARIANTE, c’est-à-dire indépendante des référentiels et valable dans tous les mondes possibles. En ce sens, le diagramme véhicule ses propres règles syntaxiques. C’est un « “indicateur” d’exigences de relations », selon la belle formule de Jean-Toussaint Desanti.

C'est ici le lien essentiel du diagramme à la *relation*, au *virtuel*, non à une identification objectale :

« Le diagramme représente une *Forme* définie de *Relation*. La relation est ordinairement *une relation qui existe*, comme dans une carte, ou bien *une relation qu'on a l'intention de faire exister* <*is intended to exist*>, comme dans un plan »[19].

Le diagramme combine à la fois une interprétation des signes figurés dans un *schéma*, et la façon dont ces signes f*onctionnent* entre eux par connexion structurale des actes intentionnels spécifiques qui les ont engendrés. Cette « indication » diagrammatique des enchaînements d'actes (comme enchaînements d'actes potentiels) se caractérise toujours pas une très grande plasticité qui fait qu'elle ne dévoile jamais totalement, procédant toujours par indices et indexations dont la dialectique opératoire (et manipulatoire) reste extrêmement subtile. L'« indication », loin de figer une réalité, enveloppe de l'indétermination qui n'est pas un manque de détermination, mais *une promesse de virtualités à éveiller*.

On voit ce qui sépare le diagramme de la figure : si la figure est apte à « illustrer » de façon statique, le diagramme s'impose comme une « figure-calcul » purement dynamique, du simple fait qu'il mobilise ensemble *image* et *calcul*.

Non seulement le diagramme épouse une réalité déjà là, déjà donnée, mais il est en outre capable de s'adapter, *par l'anticipation* que lui donne toute sa puissance de feu virtuelle, une réalité encore à venir qui sera celle d'un savoir ou d'un problème inédits. Aptes à se réactiver eux-mêmes, les diagrammes se constituent ainsi en de véritables « multiplicateurs de virtualités ».

« Il existe une puissance opératoire tout à fait particulière aux diagrammes. Ils ne se contentent pas de visualiser des algorithmes ou

19 . Charles Sanders PEIRCE, *Prolegomena for an Apology to Pragmatism* [1906], in *The New Elements of Mathematics*, C. Eisele [ed.], La Haye, Mouton Publishers, 1976.

de coder et de compactifier “l’information” pour la restituer sous forme de modèles ou de “paradigmes”. Le diagramme est bien ce grouillement de gestes virtuels : pointer, boucler, prolonger, strier le continuum. Une simple accolade, un bout de flèche et le diagramme saute par-dessus les figures et contraint à créer de nouveaux individus. Le diagramme ignore superbement toutes les vielles oppositions “abstrait-concret”, “local-global”, “réel-possible”. Il garde en réserve toute la plénitude et tous les secrets des fonds et des horizons que sa magie tient toujours pourtant en éveil »[20].

C’est la raison pour laquelle Alain CONNES peut expliquer que pour un *working mathematician*, comprendre une démonstration ne consiste pas à refaire une à une les étapes ou les lignes qui la constituent, mais à trouver un geste qui comprime, qui permette de saisir d’un seul coup l’ensemble de la démonstration. Or, le diagramme est précisément en mesure de compacter un ou plusieurs gestes, tout en exhibant dans le visible des opérations jusque-là restées muettes.

Libérant l’implicite opératoire, le diagramme suggère des connexions nouvelles, à la fois structurales et ontologiques. C’est là tout l’enjeu immense d’une dignité ontologique propre au figural et à ses différentes lignées. Différant de la figure, il ne s’identifie pas non plus à un graphe. Alain Connes (dans *Triangle de pensées*, Éditions Odile Jacob, p. 132), considère ainsi que la théorie des graphes ne constitue pas à proprement parler une théorie, mais simplement « un savoir, une série de faits ». La théorie des graphes apparaît plus comme une théorie « horizontale » que « verticale » au sens où elle se disperse autour de thèmes apparemment sans lien, au lieu d'échafauder une pyramide de résultats fortement dépendants — ce qui est le cas du diagramme physico-mathématique.

Le diagramme rend ainsi familier, concret et sensible à l’œil de

---

[20] . Gilles CHATELEt, Les enjeux du mobile. Mathématique, physique, philosophie, « Des Travaux », Seuil, Paris, 1993, p. 111-112.

l'esprit ce qui pourtant relève purement de l'ordre du contre-intuitif. Ces dispositifs « producteurs d'ambiguïté » sont ainsi en mesure de *condenser* et d'*amplifier* l'intuition par leur profonde richesse allusive. C'est pourquoi Kepler a pu affirmer par une géniale prévision, que le nombre n'était autre que « l'œil de l'esprit par lequel, seul, la réalité est rendue *visible* » !

Le diagramme apparaîtra dès lors comme une véritable opération d'épure esthétique liant les gestes de scription, d'inscription et de compactification ; et ce statut suggestif et imaginant (sinon invaginant) du diagramme scientifique viendra alors rencontrer à nouveau la pratique artistique de l'acte pictural comme tel :

« Très souvent les marques involontaires sont beaucoup plus profondément suggestives que les autres, et c'est à ce moment-là que vous sentez que toute espèce de chose peut arriver.— Vous le sentez au moment même où vous faites ces marques ? — Non, les marques sont faites et on considère la chose comme on ferait d'une sorte de diagramme. *Et l'on voit, à l'intérieur de ce diagramme, les possibilités de faits de toutes sortes s'implanter* »[21].

Francis BACON

**Erreur ! Aucun nom de propriété n'a été fourni.**

### *CONCLUSION SUR LA QUESTION DE LA « PREUVE » DIAGRAMMATIQUE.*

On pourrait avancer que le diagramme est l'organon de preuves nouvelles. Dans une démonstration diagrammatique, les transformations portent sur des sous-parties de diagrammes auxquelles on applique des

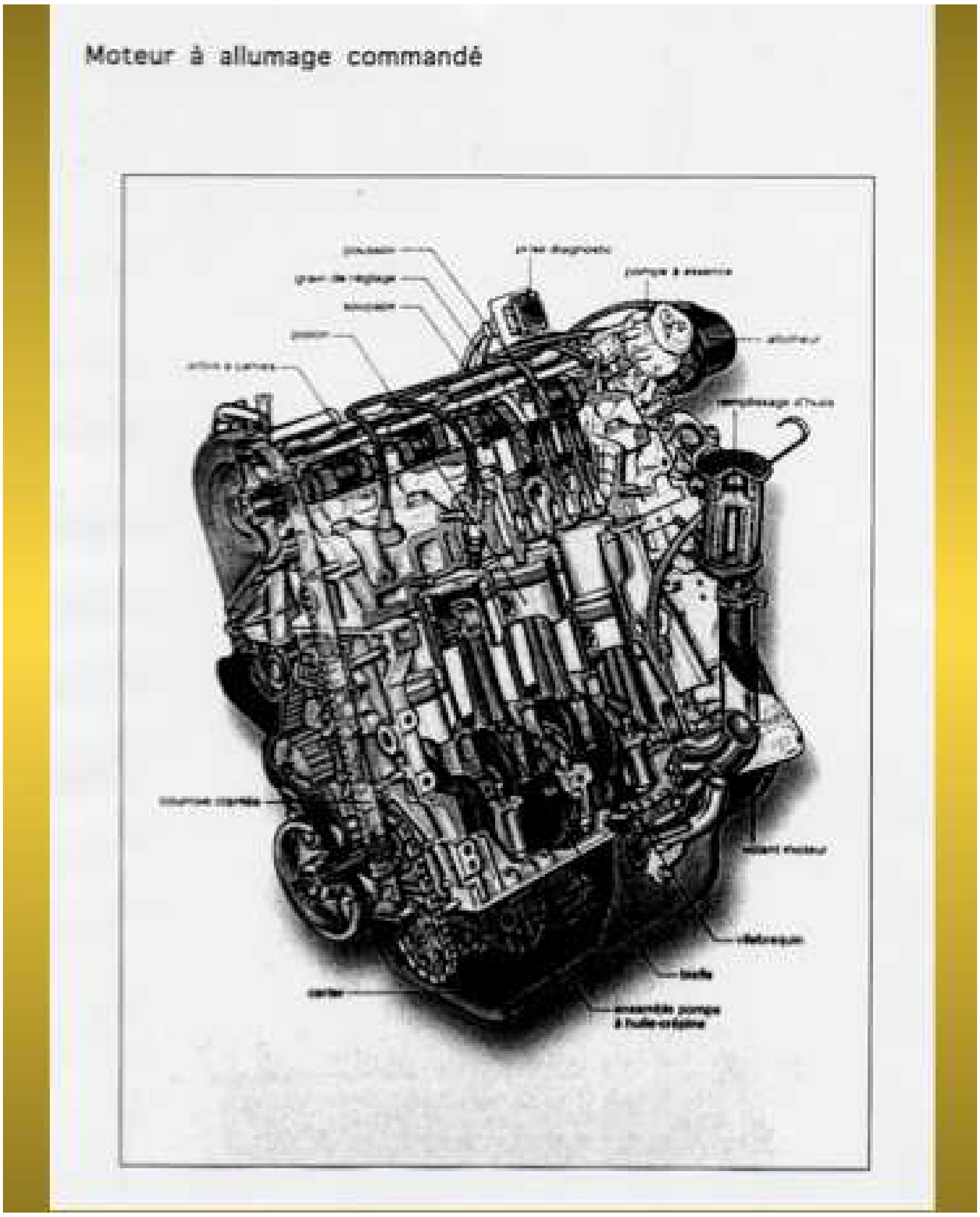
[21] . Gilles DELEUZE, *Francis Bacon. Logique de la sensation*, Paris, Seuil, 1981.

résultats obtenus par ailleurs (ce qui est une procédure standard en mathématiques). Le moteur de la démonstration reste le même puisqu'il consiste à employer des expressions équivalentes définies par l'égalité de deux diagrammes et des manipulations algébriques élémentaires : addition, soustraction, multiplication et division. Mais plutôt que de parler de « preuves diagrammatiques » stricto sensu, il conviendrait peut-être de renvoyer à une orientation diagrammatique de la démonstration : le diagramme comme démon (ou *daimon*) de la monstration !

Ainsi, sur une échelle de grammes (*diagramma*), mesurer l'écart entre deux ou plusieurs grammes selon une nouvelle dimension analogique et de nouvelles connexions entre les grammes, n'est autre que S'ORIENTER DIAGRAMMATIQUEMENT DANS LA PENSEE et fournir l'intuition de la solution autant que mettre en place l'expression machinique des virtualités prospectives qui délivreront la solution.

Pour finir, voici un exemple particulièrement parlant de la puissance analogique et inductive d'un diagramme constitutif de l'écriture contemporaine du Livre de la nature :

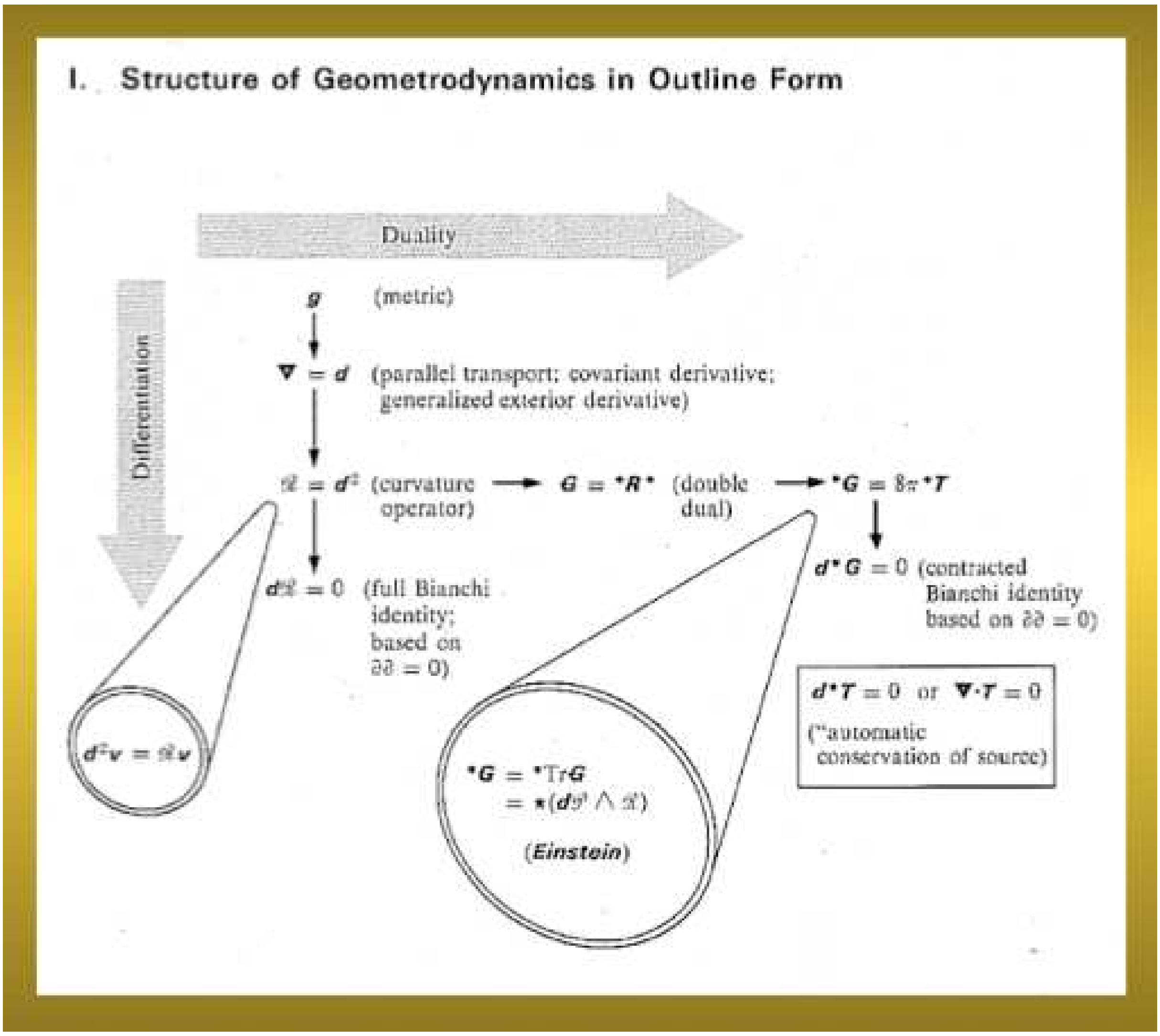

Dès lors, au fil de cette analyse, une nouvelle question s'impose : à quoi pourrait bien ressembler — « diagrammatiquement » parlant—, un *diagramma* de plus en plus épuré de formes symboliques plongées dans *des formalismes de plus en plus puissants* ? La première « image » qui m'apparaît est celle de ce qu'on appelait à une certaine époque L'« ECLATE » TECHNIQUE du moteur à explosion :



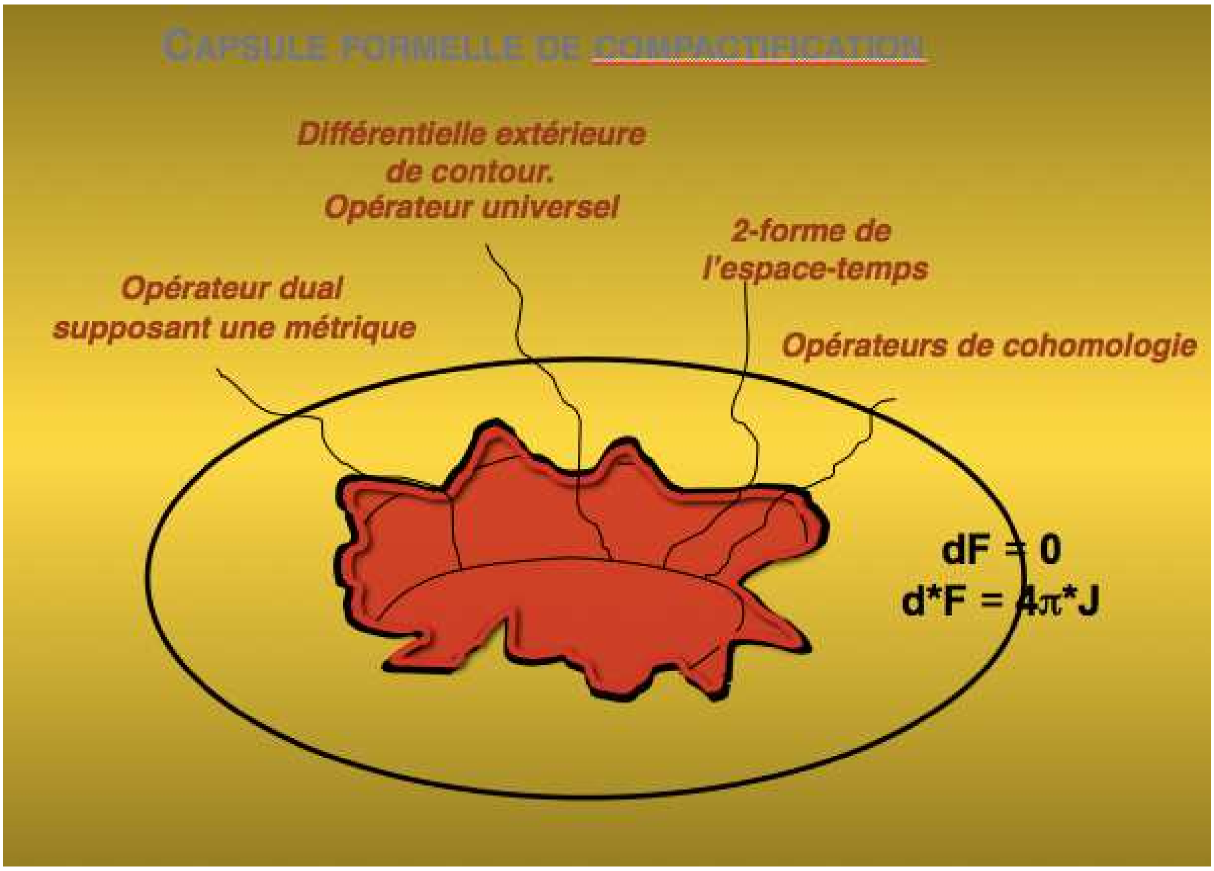

À cela, finalement, rien d’étonnant si l’on songe qu’en mécanique l’angle de rotation du vilebrequin, pendant lequel s'effectue une phase du cycle du moteur à 2 temps, est précisément le « diagramme » ; il existe ainsi les « diagrammes d'admission » et les « diagrammes d'échappement ». Je vais revenir sur ce paradigme « mécanique ».

Plus techniquement, c’est la réinterprétation d’un diagramme *géométrodynamique* du physicien John Archibald Wheeler, inventeur du terme de *big-bang* et du concept de « trou de ver », qui m’amène à cette autre « image » analogiquement proche :

1. Approche diagrammatique de Wheeler dans *Gravitation* : exemple parmi mille :




2. La « capsule de compactification » telle qu'on pourrait dès lors l' « imaginer » :




Le diagramme est ici appliqué aux équations de Maxwell compactées par le formalisme dit des *p-formes* de la géométrie différentielle. La seule chose à retenir ici, c'est l'indication d'une logique de la *complicatio* (l'enveloppement) et de l'*explicatio* (le développement), de la *contractio* (la réduction) et du *contractus* (ce qui est réduit) — CONTRAHERE signifiant à la fois *resserrer*, *tirer de* et *avoir un lien*.

À la REDUCTION expansive ou centrifuge répond ici une DILATATION ou *expansion centripète*. Techniquement, le modèle de cette pulsation dialectique du *diagramme de compactification* est celui de l'expansion de la formule physico-mathématique dans un système indexé de coordonnées (« *index free notation* » versus « *index expansion* »).

**Erreur ! Aucun nom de propriété n'a été fourni.**

Cette « cellule de compactification », pensée comme alliance de la « *genèse* » et de la « *structure* », des théories et de leurs formules, démontre une étrange analogie avec l'évolution du « moteur à explosion » telle qu'elle est formalisée par Gilbert SIMONDON dans Du monde d'existence des objets techniques de 1958 :

« C'est par un examen intérieur des régimes de causalité et des formes en tant qu'elles sont adaptées à ces régimes de causalité que le moteur d'automobile actuel est défini comme postérieur au moteur de 1910. Dans un moteur actuel, chaque pièce importante est tellement rattachée aux autres par des échanges réciproques d'énergie qu'elle ne peut pas être autre qu'elle n'est. La forme de la chambre d'explosion, la forme et les dimensions des soupapes, la forme du piston font partie d'un même système dans lequel existent une multitude de causalités réciproques.

[…] On pourrait dire que le moteur actuel est un moteur concret, alors que le moteur ancien est un moteur abstrait. Dans le moteur ancien, chaque élément intervient à un certain moment dans le cycle, puis est censé ne plus agir sur les autres éléments.

C'est d'ailleurs bien ainsi que l'on explique dans les classes le fonctionnement des moteurs thermiques, chaque pièce étant isolée des autres comme les traits qui la représentent au tableau noir, dans l'espace géométrique partes extra partes. […] Aussi, il existe une forme primitive de l'objet technique, la forme abstraite, dans laquelle chaque unité théorique et matérielle est traitée comme un absolu, achevée dans une perfection intrinsèque nécessitant, pour son fonctionnement, d'être constituée en système fermé.

[L]es ailettes de refroidissement, dans les premiers moteurs, sont comme ajoutées de l'extérieur au cylindre et à la culasse théoriques, géométriquement cylindriques ; elles ne remplissent qu'une seule fonction, celle de refroidissement. Dans les moteurs récents, ces ailettes jouent en plus un rôle mécanique, s'opposant comme des nervures à une déformation de la culasse sous la poussée des gaz.

[…] Le problème technique est donc plutôt celui de la convergence des fonctions dans une unité structurale que celui d'une recherche de compromis entre des exigences en conflit.

[…] L'objet technique existe comme type spécifique obtenu au terme d'une série convergente. Cette série va du mode abstrait au mode concret : elle tend vers un état qui ferait de l'être technique un système entièrement cohérent avec lui-même, entièrement unifié »[22].

Je dirais ici que pas un mot n'est à retrancher, *au titre de l'analogie* ! Le dispositif et la dynamique du « moteur à explosion » décrivent bel et bien LE "MECANISME" de la cellule de compactification, dans sa *genèse* comme dans sa *structure* : théorie de la *forme*, théorie de la *structure*, convergence des *fonctions* dans une unité et une organicité *structurales.*

---

[22] . Gilbert SIMONDON, Du mode d'existence des objets techniques [1958], Éditions Aubier, 1989[3], p. 21, 22 et 23.

Ainsi, dans notre exemple maxwellien, l'expression compactée présente, comme *forme* (et *formule*), une unité et une organicité *structurales* (à savoir ce qui forme son *enveloppe*), unité et organicité structurales qui sont le résultat d'une CONVERGENCE OPERATOIRE de *plusieurs théories* et de *différents régimes d'énoncés* (représentés par ses éléments structuraux internes).

Le « *transfert d'analogie* » opéré ici ne vise pas à « réduire » l' « objet » *cellule formelle de compactification* (et son économie proprement physico-mathématique) au pur et simple statut de l' « objet » technique étudié par Simondon : il s'agit plutôt de *prolonger* le mécanisme opératoire (génétique et structural) de ce dernier, jusque dans le champ d'une DIAGRAMMATIQUE SPECULATIVE, ce prolongement-extension SURRATIONNEL venant jouer « en retour » ou par feed-back sur le dispositif simondonien lui-même.

C'est là un effet « en retour » d'un certain type de « traduction »[23]. Lorsque Simondon met en place les opérateurs discursifs et conceptuels de « schème pur de fonctionnement », de « schéma », d'« invention de structures qui vont donner à l'objet [technique] sa matérialité », de « concrétisation », de « convergence », de « fermeture », de « réversibilité », de « miniaturisation », de « transformateur », de « standardisation stabilisante », de « relationalité », d'« algèbre de relations », de « fonction », de « disparition/réapparition de *lignées* d'objets [techniques] ayant la même fonction », de « réduction de volume », de « symbolique des formes en rapport avec l'époque », etc… – et lorsque je les (re)traduits dans mon propre champ d'énoncés, non seulement je démultiplie *leur puissance d'extension virtuelle* par traduction dans le champ des « matérialités symboliques » (physico-

[23] . Sur le concept *central*, ici et ailleurs, de *traduction généralisée*, cf., Charles ALUNNI, « De la traductibilité des savoirs », *Revue Sciences / Lettres*, n° 1/2013, *Transferts culturels*, disponible sur http://rsl.revues.org/293

mathématiques), mais *je les enrichit* (en retour) grâce au potentiel heuristique de mon propre dispositif diagrammatique (à la fois par implémentation et par déplacement formel). Ce processus de construction “inductive” de dispositifs isomorphes génère ainsi encore plus d’« universel ».